

VOORBLAD SCHRIFTELIJKE TOETSEN

OPLEIDING	Me
TOETSCODE	MeWIS1-T1
GROEP	MeP1
TOETSDATUM	7 november 2011
TIJD	13.00 – 14.30 uur
AANTAL PAGINA'S (incl. dit voorblad)	4
DEZE TOETS BESTAAT UIT (aantal)	7 open vragen
GEBRUIK HULPMIDDELEN	JA/NEE
TOEGESTANE HULPMIDDELEN	Een grafische rekenmachine
OVERIGE OPMERKINGEN	Laat je berekeningen zien! Alleen een antwoord is geen punten waard! Geef altijd exacte antwoorden tenzij anders vermeld in de vraag! Cijfer = totaal punten/10 met minimum 1
OPSTELLER VAN DEZE TOETS	Roel Smit
NAAM 2^E LEZER	Jan Lambers

voor alle $a, b > 0$ geldt:

$$a^{-p} = \frac{1}{a^p}$$

$$a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}$$

$$a^p \cdot a^q = a^{p+q}$$

$$\frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$$

$$(a \cdot b)^p = a^p \cdot b^p$$

$$(a^p)^q = a^{pq}$$

Logaritmen:

Voor alle $g > 0$ en $g \neq 1$ en alle $a, b > 0$ geldt:

$${}^g\log ab = {}^g\log a + {}^g\log b$$

$${}^g\log \frac{a}{b} = {}^g\log a - {}^g\log b$$

$${}^g\log a^q = q \cdot {}^g\log a \quad (q \in \mathbb{R})$$

$${}^g\log a = \frac{{}^p\log a}{{}^p\log g} \quad (p > 0 \text{ en } p \neq 1)$$

ABC-formule

Het oplossen van $ax^2 + bx + c = 0$, waarbij

$a, b, c \in \mathbb{R}$ en $a \neq 0$.

Discriminant $D = b^2 - 4ac$.

Als $D \geq 0$ dan $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

Als $D < 0$ dan geen reële oplossingen.

Goniometrische formules

$$(\sin x)^2 + (\cos x)^2 = 1$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\sin x = \cos\left(\frac{1}{2}\pi - x\right)$$

$$\cos x = \sin\left(\frac{1}{2}\pi - x\right)$$

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cdot \cos y \pm \cos x \cdot \sin y$$

$$\cos(x \pm y) = \cos x \cdot \cos y \mp \sin x \cdot \sin y$$

$$\tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \cdot \tan y}$$

$$\sin(2x) = 2 \sin x \cdot \cos x$$

$$\begin{aligned} \cos(2x) &= (\cos x)^2 - (\sin x)^2 = 2(\cos x)^2 - 1 \\ &= 1 - 2(\sin x)^2 \end{aligned}$$

$$(\cos x)^2 = \frac{1}{2}(1 + \cos 2x)$$

$$(\sin x)^2 = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x)$$

$$\sin x + \sin y = 2 \sin\left(\frac{1}{2}(x+y)\right) \cdot \cos\left(\frac{1}{2}(x-y)\right)$$

$$\sin x - \sin y = 2 \sin\left(\frac{1}{2}(x-y)\right) \cdot \cos\left(\frac{1}{2}(x+y)\right)$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos\left(\frac{1}{2}(x+y)\right) \cdot \cos\left(\frac{1}{2}(x-y)\right)$$

$$\cos x - \cos y = -2 \sin\left(\frac{1}{2}(x+y)\right) \cdot \sin\left(\frac{1}{2}(x-y)\right)$$

$$\sin x \cdot \sin y = \frac{1}{2}(\cos(x-y) - \cos(x+y))$$

$$\sin x \cdot \cos y = \frac{1}{2}(\sin(x+y) + \sin(x-y))$$

$$\cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2}(\cos(x+y) + \cos(x-y))$$

Goniometrische vergelijkingen

$$\begin{aligned} \sin x = \sin \alpha &\Leftrightarrow x = \alpha + k \cdot 2\pi \vee x \\ &= \pi - \alpha + k \cdot 2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos x = \cos \alpha &\Leftrightarrow x = \alpha + k \cdot 2\pi \vee x \\ &= -\alpha + k \cdot 2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \end{aligned}$$

$$\tan x = \tan \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k \cdot \pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Cyclometrische functies

$$y = \arcsin x \Leftrightarrow \sin y = x \text{ en } y \in \left[-\frac{1}{2}\pi, \frac{1}{2}\pi\right]$$

$$y = \arccos x \Leftrightarrow \cos y = x \text{ en } y \in [0, \pi]$$

$$y = \arctan x \Leftrightarrow \tan y = x \text{ en } y \in \left(-\frac{1}{2}\pi, \frac{1}{2}\pi\right)$$

Graden en Radialen

$$\alpha \text{ rad} \triangleq \left(\alpha \cdot \frac{180}{\pi}\right)^\circ \quad \alpha^\circ \triangleq \alpha \cdot \frac{\pi}{180} \text{ rad}$$

Vraag 1:

(10 + 10 + 10 + 10 PUNTEN)

Los x op uit de volgende vergelijkingen (geef alle correcte oplossingen)

a) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-3} > 4^{2x+4}$

b) $|x - 2| = \sqrt{x}$

c) $(\sin x) \cdot (\cos x) = \frac{1}{4}$ op het interval $x \in [0, 2\pi]$

d) $2x^2 + 10x + 14 = 0$

Vraag 2:

(5 + 5 PUNTEN)

Gegeven is de functie:

$$f: x \rightarrow \arcsin\left(\sqrt[2]{\log(4x - 1)}\right)$$

a) Bepaal de drie functies waaruit f is samengesteld.

b) Bepaal het domein van de functie f

Vraag 3:

(10 PUNTEN)

Planeten draaien in een vrijwel cirkelvormige baan om de zon. De aarde doet daar een jaar over. Op andere planeten duurt de omlooptijd veel korter of langer. De sterrenkundige Keppler heeft ontdekt hoe de omlooptijd van de planeten afhangen van de afstand tot de zon. De zogenaamde "derde wet" van Keppler luidt als volgt:

$$\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3$$

Hierin zijn T_1 en T_2 de omlooptijden en r_1 en r_2 de (gemiddelde) afstand tot de zon van de twee planeten.

De gemiddelde afstand van de aarde tot de zon bedraagt $1,5 \cdot 10^8$ km. Geef nu een formule waarmee berekend kan worden hoe lang een 'jaar' (een omlooptijd ten opzichte van de zon) op een willekeurige planeet duurt.

Vraag 4:

(10 PUNTEN)

Gegeven het volgende:

$$\cos x = \frac{1}{4}$$

Bereken de exacte waarde van $\cos(2x)$. Geef duidelijk aan welke goniometrische formules je gebruikt.

Vraag 5:

(10 PUNTEN)

Gegeven de ΔABC met $c = 12$, $a = 6$ en $\alpha = 15^\circ$. Ga ervan uit dat β een scherpe hoek is. Bereken β in twee decimalen nauwkeurig. (Hint: maak voor jezelf een tekening.)

Vraag 6:

(10 PUNTEN)

Gegeven de grafiek van de functie

$$f: x \rightarrow 2 \sin(2x - \pi) + 2$$

Laat zien hoe de grafiek van f ontstaat uit die van g met

$$g: x \rightarrow \sin x$$

Vraag 7:

(10 PUNTEN)

Gegeven de formule voor y als:

$$y = f(x) = \ln(\sqrt{x - 1})$$

Bepaal de inverse functie.