

Tentamenpapier

Naam	_____	Datum	30-1-2012
Opleiding	Mechatronica	Vak (code)	WISK2
Id-code	LLLLLLLLL	Tentamenr.	T1 Cijfer _____
Klas	MeP 11	Afdeling	_____
Docent	Smit, R.	Module	_____

Voor bepalen van tekenen bepalen
we punten er tussen

~~$f'(-10) = 13200$~~

~~$f'(-1/2) = \frac{1}{16} + \frac{4}{8} - 2 = -\frac{23}{16}$~~

~~$f'(2) = 16 - 32 - 32 = -48$~~

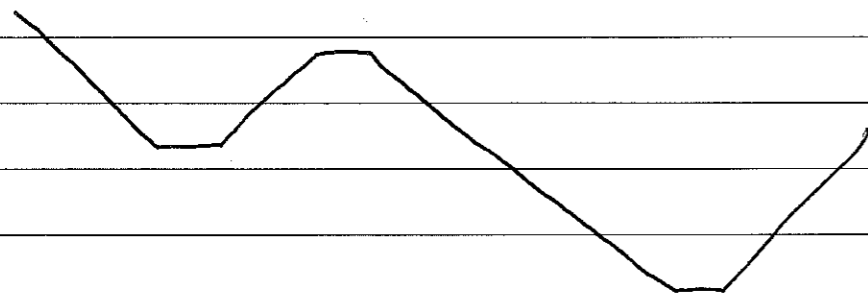
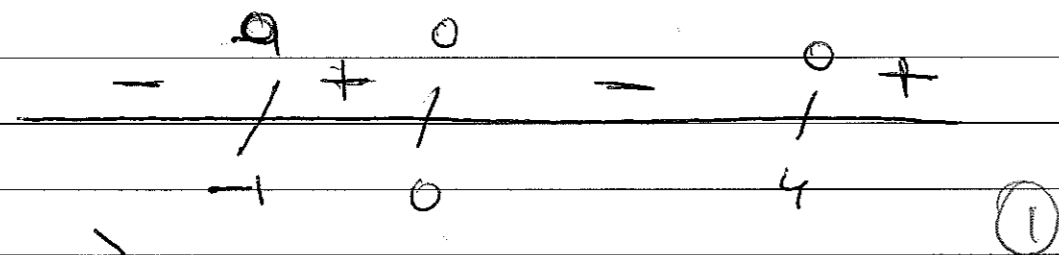
$f'(x) = 4x^3 - 12x^2 - 16x$

$f'(-10) = -4000 - 1200 + 160 = -5040$

$f'(-1/2) = -1/2 - 3 + 8 = 4 1/2$

$f'(2) = 32 - 48 - 32 = -48$

$f'(10) = 4000 - 1200 - 160 = 2640$



$f(-1) = 1 + 4 - 8 = -3$

$f(0) = 0$

$f(4) = 256 - 256 - 128 = -128$

Vraag 1

a) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x - 3}{x\sqrt{x} - 3\sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x - 3}{x^{3/2} - 3x^{1/2}}$

we ~~dit~~ ontbinden in factoren: ^③

$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\frac{1}{2}(x-3)(x+2)^{\textcircled{2}}}{\sqrt{x}(x-3)^{\textcircled{3}}} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{\frac{1}{2}(x+2)^{\textcircled{2}}}{\sqrt{x}}$

bestaat niet $\sqrt{-3}$ is onmogelijk. ^②
conclusie direct trekken: ^⑩

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^4 - 3x^2 + 2}{(x^2 + 1)^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^4 - 3x^2 + 2}{x^4 + 2x^2 + 1}$

delen door de hoogste macht vd noemer ^②

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{x^4}{x^4} - 3\frac{x^2}{x^4} + 2\frac{1}{x^4}}{\frac{x^4}{x^4} + 2\frac{x^2}{x^4} + 1\frac{1}{x^4}} = \left(\frac{1 - 3 \cdot 0 + 2 \cdot 0}{1 + 2 \cdot 0 + 1 \cdot 0} \right) = 1$

Vraag 2

$$a) f(t) = \frac{t \tan t}{\sin t} = \frac{t \frac{\sin t}{\cos t}}{\sin t} = \frac{t}{\cos t} \quad (5)$$

$$f'(t) = \frac{\text{nat} - \tan}{n^2} = \frac{\cos t + t \sin t}{\cos^2 t} \quad (2) \quad (3)$$

of direct $\frac{d}{dt} \tan t = \frac{1}{\cos^2 t} \Rightarrow \dots$ (3)

$$g(t) = t \tan t \quad g'(t) = \tan t + \frac{t}{\cos^2 t}$$

$$h(t) = \sin t \quad h'(t) = \cos t. \quad (2)$$

$$f'(t) = \frac{\text{nat} - \tan}{n^2} = \frac{\sin t \cdot (\tan t + \frac{t}{\cos^2 t}) - (t \tan t) \cdot \cos t}{\sin^2 t} \quad (2) \quad (3)$$

$$b) f(x) = \cos(x^2+2) + \sin\left(\frac{1}{x}\right) + 3$$

$$f'(x) = \underbrace{-\sin(x^2+2)}_{(2)} \cdot \underbrace{2x}_{(3)} + \underbrace{\cos\left(\frac{1}{x}\right)}_{(2)} \cdot \underbrace{-x^{-2}}_{(3)}$$

Vraag 3

$$a) \int (2 \sin x + x^2) dx =$$

$$2 \int \sin x dx + \int x^2 dx = \quad (3)$$

$$\underbrace{-2 \cos x}_{(2)} + \underbrace{\frac{1}{3} x^3}_{(2)} + \underbrace{C}_{(1)}$$

(5)

$$b) \int_1^4 \frac{x^2 - 2x - 3}{x-3} dx = \int_1^4 \frac{(x-3)(x+1)}{x-3} dx =$$

$$\int_1^4 (x+1) dx = \left[\frac{1}{2} x^2 + x \right]_1^4 =$$

$$\left(\frac{1}{2} \cdot 16 + 4 \right) - \left(\frac{1}{2} \cdot 1^2 + 1 \right) = 12 - \frac{3}{2} = \frac{21}{2}$$

Vraag 4

$$y = f(x) = x^4 - 4x^3 - 8x^2$$

voor extrema: afgeleide gelijk aan 0 (2)

$$f'(x) = 4x^3 - 12x^2 - 16x \quad (2)$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 4x^3 - 12x^2 - 16x = 0$$

$$4x(x^2 - 3x - 4) = 0$$

$$4x(x-4)(x+1) = 0$$

$$x=0 \vee x=4 \vee x=-1. \quad (2)$$

Tentamenpapier

Naam	_____	Datum	30-1-2012
Opleiding	Mechatronica	Vak (code)	WISK2
Id-code	LLLLLLLLL	Tentamennr.	VI Cijfer _____
Klas	MeP11	Afdeling	_____
Docent	R. Smit	Module	_____

Vervolg opgave 4

~~(-1, -3)~~ lokaal minimum ①

(0, 0) lokaal maximum ①

(4, -128) globaal minimum. ①

Vraag 5.

$$h(x) = \frac{2}{x-2} = 2(x-2)^{-1}$$

$$h'(x) = -1 \cdot 2 \cdot (x-2)^{-2} = -\frac{2}{(x-2)^2} \quad \text{②}$$

in $x=4$ is de helling.

$$h'(4) = -\frac{2}{(4-2)^2} = -\frac{2}{2^2} = -\frac{1}{2} \quad \text{②}$$

$$y = h(4) = \frac{2}{4-2} = 1 \quad \text{②}$$

de raak lijn heeft helling $-\frac{1}{2}$ en gaat door het punt $(4,1)$ dus moet gelden

$$1 = -\frac{1}{2} \cdot 4 + b$$

$$b = 1 + 2 = 3$$

dus de lijn is gegeven door $y = -\frac{1}{2}x + 3$

Vraag 6

Stel dat het dichtbij liggende punt x waarde x_0 heeft dan hoort hier y waarde $\frac{1}{2}x_0^2$ bij.

Met verschil in y -waarde is dan $3 - \frac{1}{2}x_0^2$ zodat de afstand gegeven wordt door

$$\sqrt{x_0^2 + \left(3 - \frac{1}{2}x_0^2\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4}x_0^4 - 2x_0^2 + 9}$$

de afgeleide hiervan is

$$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{4}x_0^4 - 2x_0^2 + 9 \right)^{-\frac{1}{2}} \cdot (x_0^3 - 4x_0) =$$

$$\frac{x_0^3 - 4x_0}{2 \sqrt{\frac{1}{4}x_0^4 - 2x_0^2 + 9}}$$

nulpunten teller.

$$x_0^3 - 4x_0 = 0$$

$$x_0(x_0^2 - 4) = 0$$

$$x_0(x_0 - 2)(x_0 + 2) = 0$$

$$x_0 = -2 \vee x_0 = 0 \vee x_0 = 2$$

nulpunten noemer

$$\frac{1}{4}x_0^4 - 2x_0^2 + 9 = 0$$

$$x_0^4 - 8x_0^2 + 36 = 0$$

$$x_0^2 = \frac{+8 \pm \sqrt{64 - 144}}{2} = 4 \pm 2\sqrt{5}$$

kortste afstand bij $x=2$

de afstand is dan

$$\sqrt{2^2 + \left(3 - \frac{1}{2}2^2\right)^2} = \sqrt{5}$$