

**VOORBLAD SCHRIFTELIJKE TOETSEN**

<b>OPLEIDING</b>	<b>Me</b>
<b>TOETSCODE</b>	<b>MeWIS2-T1</b>
<b>GROEP</b>	<b>MeP1</b>
<b>TOETSDATUM</b>	<b>30 januari 2012</b>
<b>TIJD</b>	<b>11.00 – 12.30 uur</b>
<b>AANTAL PAGINA'S (incl. dit voorblad)</b>	<b>5</b>
<b>DEZE TOETS BESTAAT UIT (aantal)</b>	<b>6 open vragen</b>
<b>GEBRUIK HULPMIDDELEN</b>	<b>JA/NEE</b>
<b>TOEGESTANE HULPMIDDELEN</b>	<b>Een grafische rekenmachine</b>
<b>OVERIGE OPMERKINGEN</b>	<b>Laat je berekeningen zien!</b> <b>Alleen een antwoord is geen punten waard!</b> <b>Geef altijd exacte antwoorden tenzij anders vermeld in de vraag!</b>  <b>Cijfer = totaal punten/10 met minimum 1</b>
<b>OPSTELLER VAN DEZE TOETS</b>	<b>Roel Smit</b>
<b>NAAM 2<sup>E</sup> LEZER</b>	<b>Jan Lambers</b>

Belangrijkste punten uit artikel 12 van de Onderwijs- en examenregeling:

- Je dient je via Osiris ingeschreven te hebben voor de toets
- Schrijf je naam, studentnummer, toetscode en naam van de docent meteen op het tentamenpapier
- Leg je identificatiebewijs op de hoek van de tafel
- Zet alle elektronische communicatiemiddelen (mobiel, PDA, etc.) uit en stop deze in je tas; deze mogen niet als calculator of klok worden gebruikt
- Je mag het lokaal het eerste halfuur niet verlaten
- Volg de instructies op het toetsvoorblad
- Steek je hand op als je een vraag hebt

voor alle  $a, b > 0$  geldt:

$$a^{-p} = \frac{1}{a^p}$$

$$a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}$$

$$a^p \cdot a^q = a^{p+q}$$

$$\frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$$

$$(a \cdot b)^p = a^p \cdot b^p$$

$$(a^p)^q = a^{pq}$$

**Logaritmen:**

Voor alle  $g > 0$  en  $g \neq 1$  en alle  $a, b > 0$  geldt:

$${}^g\log ab = {}^g\log a + {}^g\log b$$

$${}^g\log \frac{a}{b} = {}^g\log a - {}^g\log b$$

$${}^g\log a^q = q \cdot {}^g\log a \quad (q \in \mathbb{R})$$

$${}^g\log a = \frac{{}^p\log a}{{}^p\log g} \quad (p > 0 \text{ en } p \neq 1)$$

**ABC-formule**

Het oplossen van  $ax^2 + bx + c = 0$ , waarbij  $a, b, c \in \mathbb{R}$  en  $a \neq 0$ .

Discriminant  $D = b^2 - 4ac$ .

Als  $D \geq 0$  dan  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

Als  $D < 0$  dan geen reële oplossingen.

**Goniometrische formules**

$$(\sin x)^2 + (\cos x)^2 = 1$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\sin x = \cos\left(\frac{1}{2}\pi - x\right)$$

$$\cos x = \sin\left(\frac{1}{2}\pi - x\right)$$

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cdot \cos y \pm \cos x \cdot \sin y$$

$$\cos(x \pm y) = \cos x \cdot \cos y \mp \sin x \cdot \sin y$$

$$\tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \cdot \tan y}$$

$$\sin(2x) = 2 \sin x \cdot \cos x$$

$$\begin{aligned} \cos(2x) &= (\cos x)^2 - (\sin x)^2 = 2(\cos x)^2 - 1 \\ &= 1 - 2(\sin x)^2 \end{aligned}$$

$$(\cos x)^2 = \frac{1}{2}(1 + \cos 2x)$$

$$(\sin x)^2 = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x)$$

$$\sin x + \sin y = 2 \sin\left(\frac{1}{2}(x+y)\right) \cdot \cos\left(\frac{1}{2}(x-y)\right)$$

$$\sin x - \sin y = 2 \sin\left(\frac{1}{2}(x-y)\right) \cdot \cos\left(\frac{1}{2}(x+y)\right)$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos\left(\frac{1}{2}(x+y)\right) \cdot \cos\left(\frac{1}{2}(x-y)\right)$$

$$\cos x - \cos y = -2 \sin\left(\frac{1}{2}(x+y)\right) \cdot \sin\left(\frac{1}{2}(x-y)\right)$$

$$\sin x \cdot \sin y = \frac{1}{2}(\cos(x-y) - \cos(x+y))$$

$$\sin x \cdot \cos y = \frac{1}{2}(\sin(x+y) + \sin(x-y))$$

$$\cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2}(\cos(x+y) + \cos(x-y))$$

**Goniometrische vergelijkingen**

$$\begin{aligned} \sin x = \sin \alpha &\Leftrightarrow x = \alpha + k \cdot 2\pi \vee x \\ &= \pi - \alpha + k \cdot 2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos x = \cos \alpha &\Leftrightarrow x = \alpha + k \cdot 2\pi \vee x \\ &= -\alpha + k \cdot 2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \end{aligned}$$

$$\tan x = \tan \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k \cdot \pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

**Cyclometrische functies**

$$y = \arcsin x \Leftrightarrow \sin y = x \text{ en } y \in \left[-\frac{1}{2}\pi, \frac{1}{2}\pi\right]$$

$$y = \arccos x \Leftrightarrow \cos y = x \text{ en } y \in [0, \pi]$$

$$y = \arctan x \Leftrightarrow \tan y = x \text{ en } y \in \left(-\frac{1}{2}\pi, \frac{1}{2}\pi\right)$$

**Graden en Radialen**

$$\alpha \text{ rad} \triangleq \left(\alpha \cdot \frac{180}{\pi}\right)^\circ \quad \alpha^\circ \triangleq \alpha \cdot \frac{\pi}{180} \text{ rad}$$

Rekenregels

$$(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x) \text{ met } c \in \mathbb{R}$$

$$(\alpha f(x) + \beta g(x))' = \alpha f'(x) + \beta g'(x) \text{ met } \alpha, \beta \in \mathbb{R}$$

$$(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{g(x) \cdot f'(x) - f(x) \cdot g'(x)}{(g(x))^2}$$

$$f(g(x))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

Standaardafgeleiden

$$f(x) = c \Rightarrow f'(x) = 0$$

$$f(x) = x^\alpha \Rightarrow f'(x) = \alpha \cdot x^{\alpha-1} \text{ met } \alpha \in \mathbb{R}$$

$$f(x) = \sin x \Rightarrow f'(x) = \cos x$$

$$f(x) = \cos x \Rightarrow f'(x) = -\sin x$$

$$f(x) = \tan x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{(\cos x)^2}$$

$$f(x) = e^x \Rightarrow f'(x) = e^x$$

$$f(x) = a^x \Rightarrow f'(x) = a^x \ln a$$

$$f(x) = \ln x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x}$$

$$f(x) = {}^a \log x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x \ln a}$$

$$f(x) = \arcsin x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$f(x) = \arccos x \Rightarrow f'(x) = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$f(x) = \arctan x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

**Integraalrekening**

Rekenregels

$$\int_a^b (\alpha f(x) + \beta g(x)) dx = \alpha \int_a^b f(x) dx + \beta \int_a^b g(x) dx$$

$$\int_{x=a}^b f(x) dg(x) = [f(x)g(x)]_{x=a}^b - \int_{x=a}^b g(x) df(x)$$

Standaard integralen

$$\int x^\alpha dx = \frac{1}{\alpha+1} x^{\alpha+1} + C \text{ met } \alpha \neq -1$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + C$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C$$

$$\int \tan x dx = -\ln|\cos x| + C$$

$$\int \frac{1}{(\cos x)^2} dx = \tan x + C$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \text{ met } a > 0 \text{ en } a \neq -1$$

$$\int e^x dx = e^x + C$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}} dx = \arcsin\left(\frac{x}{a}\right) + C$$

$$\int \frac{1}{a^2+x^2} dx = \frac{1}{a} \arctan\left(\frac{x}{a}\right) + C$$

**Vraag 1:**

**(10 + 10 PUNTEN)**

Bereken indien mogelijk de volgende limieten:

a)  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x - 3}{x\sqrt{x} - 3\sqrt{x}}$

b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^4 - 3x^2 + 2}{(x^2 + 1)^2}$

**Vraag 2:**

**(10 + 10 PUNTEN)**

Bepaal de afgeleide van de volgende functies (het antwoord hoeft niet vereenvoudigd te worden):

a)  $f(t) = \frac{t \cdot \tan t}{\sin t}$

b)  $f(x) = \cos(x^2 + 2) + \sin\left(\frac{1}{x}\right) + 3$

**Vraag 3:**

**(10 + 10 PUNTEN)**

Bepaal de volgende onbepaalde of bepaalde integraal:

a)  $\int (2 \cdot \sin x + x^2) dx$

b)  $\int_1^4 \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 3} dx$

**Vraag 4:**

**(10 PUNTEN)**

Bepaal van de volgende functie de lokale en globale maxima en minima:

$$y = f(x) = x^4 - 4x^3 - 8x^2$$

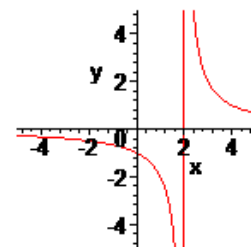
**Vraag 5:**

**(10 PUNTEN)**

Gegeven is de functie

$$h(x) = \frac{2}{x - 2}$$

Bepaal de exacte vergelijking van de raaklijn aan deze grafiek in het punt met x-coördinaat  $x = 4$



Technology, Innovation & Society Delft  
Vraag 6:

Gegeven de parabool van de functie

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2$$

Zie de tekening hiernaast. Er is een punt op deze parabool, die het dichtst bij het aangegeven punt  $P(0,3)$  ligt. Bereken deze afstand in het  $xy$ -vlak.

