

**VOORBLAD SCHRIFTELIJKE TOETSEN**

**OPLEIDING** : **MECHATRONICA**  
**TOETSCODE** : **Elektrotechniek 2**  
**GROEP** : **MP1**  
**TOETSDATUM** : .....

**TIJD** :  
**Anders: .....** (i.v.m. duale opleidingen)

**AANTAL PAGINA'S** (incl. dit voorblad) : **4+ 6 uitwerkingen**  
**DEZE TOETS BESTAAT UIT** : **5 open vragen**  
**GEBRUIK HULPMIDDELEN** : **JA**  
**TOEGESTANE HULPMIDDELEN** : **rekenmachine (geen telefoon als rekenmachine)  
aantekeningen, boeken, readers.**

**OVERIGE OPMERKINGEN:**

- 1- met bereken wordt bedoeld dat je de gebruikte formules noteert en uitwerkt
- 2- uitwerken op deze opgavebladen
- 3- alle opgavebladen inleveren
- 4- gebruik de blanco "achterkanten" als kladpapier en/of extra ruimte voor de uitwerking. Geef duidelijk aan op welke opgave dit dan betrekking heeft.

**Puntenverdeling**

opgave 1: 15 (10 / 5)  
opgave 2: 20 (5 / 5 / 5 / 5)  
opgave 3: 15 (5 / 10 )  
opgave 4: 20 (5 / 5 / 10)  
opgave 5: 20 (10 / 10)

eindcijfer= 1+ (aantal behaalde punten / 10)

**OPSTELLER VAN DEZE TOETS** :

**NAAM 2<sup>E</sup> LEZER** :

**Opgave 1**

Gegeven de drie spanningen

$$u_1 = 3 \cdot \cos(\omega t + 30^\circ)$$

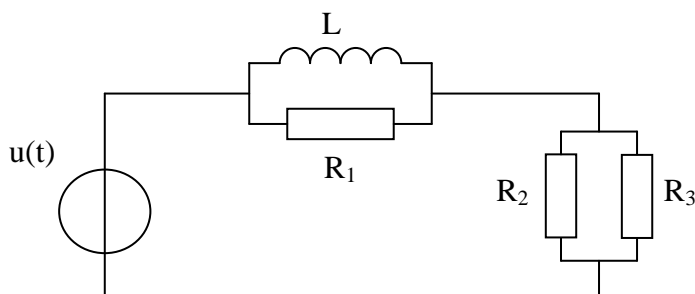
$$u_2 = -2 \cdot \cos(\omega t - 120^\circ)$$

$$u_3 = u_1 + u_2$$

- Teken  $u_1$ ,  $u_2$  en  $u_3$  in een wijzerdiagram .
- Bepaal bij  $\omega = 300 \text{ rad/s}$  en  $t = 30 \text{ ms}$  de momentele waarden van  $u_1$ ,  $u_2$  en  $u_3$  .

**Opgave 2**

Gegeven onderstaande schakeling:



$$u(t) = 4,0 \cdot \sin(\omega t) \text{ V}$$

$$f = 250 \text{ Hz}$$

$$R_1 = 50 \Omega$$

$$R_2 = 27 \Omega$$

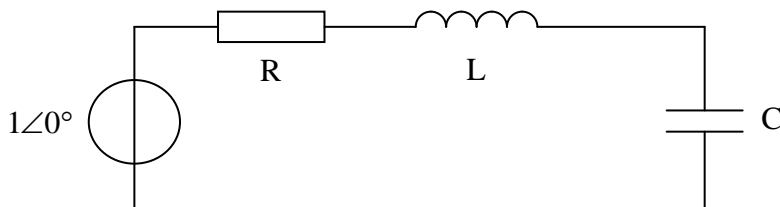
$$R_3 = 270 \Omega$$

$$L = 15,92 \text{ mH}$$

- Bereken de reactantie van de spoel.
- Bereken de totale impedantie van  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  en  $C$ .
- Bereken de amplitude van de bronstroom door het circuit.
- Bereken de hoek tussen bronspanning en bronstroom. Loopt de spanning vóór of achter op de stroom?

**Opgave 3**

Gegeven onderstaand netwerk.



$$R = 50 \Omega$$

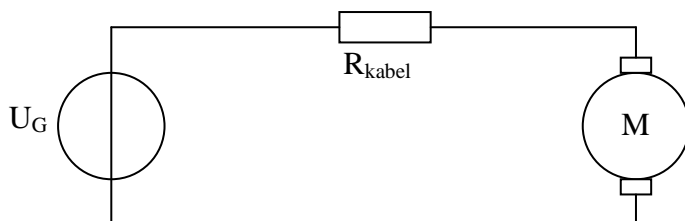
$$L = 1,5 \text{ mH}$$

$$C = 6,8 \mu\text{F}$$

- Bereken de resonantiefrequentie .
- Bereken de complexe stroom die de bron levert bij  $\omega = 10000 \text{ rad/s}$  .

**Opgave 4**

Gegeven onderstaande schakeling van generator en motor

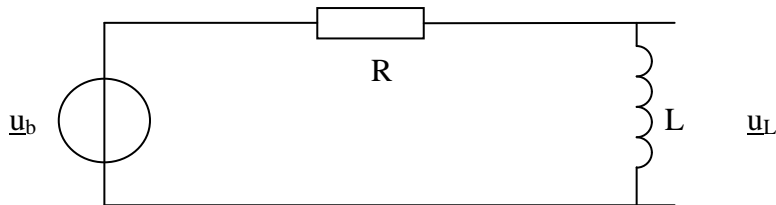


De generator levert een spanning van 400 V effectief. De weerstand van de kabel is 2  $\Omega$ . De motor heeft een rendement van 90% en een  $\cos(\varphi)$  van 0,87. De stroom die de generator levert is 14,5 A effectief.

- Bereken het elektrisch vermogen opgenomen door de motor.
- Bereken het reële vermogen geleverd door de generator.
- Bereken het blindvermogen en schijnbaar vermogen geleverd door de generator.

**Opgave 5**

Gegeven onderstaande schakeling.



- Bereken de complexe overdracht in rechthoekcoördinaten en poolcoördinaten (dus met amplitude en hoek) (tip: deel alle termen door  $R$ ).
- Is dit een laagdoorlaatfilter of hoogdoorlaatfilter? Motiveer uw antwoord.

--- einde toets ---

## Uitwerkingen

### Opgave 1

Gegeven de drie spanningen

$$u_1 = 3 \cdot \cos(\omega t + 30^\circ)$$

$$u_2 = -2 \cdot \cos(\omega t - 120^\circ)$$

$$u_3 = u_1 + u_2$$

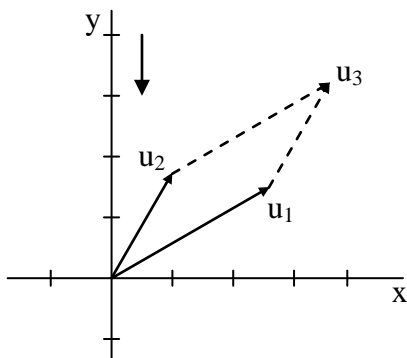
- Teken  $u_1$ ,  $u_2$  en  $u_3$  in een wijzerdiagram.
- Bepaal bij  $\omega = 300 \text{ rad/s}$  en  $t = 30 \text{ ms}$  de momentele waarden van  $u_1$ ,  $u_2$  en  $u_3$ .

Oplossing:

De spanningen moeten op schaal getekend worden. Let goed op de hoeken en lengten. De cosinus met negatieve amplitude moet worden omgewerkt naar een cosinus met positieve amplitude.

$$u_2 = -2 \cdot \cos(\omega t - 120^\circ) = 2 \cdot \cos(\omega t - 120^\circ + 180^\circ) = 2 \cdot \cos(\omega t + 60^\circ)$$

Aangezien beide signalen cosinussen zijn hoeft er verrekening plaats te vinden om deze spanningen te schrijven als sinussen.



De momentele waarden kunnen worden uitgerekend door de juiste hoeksnelheid en tijd in te vullen. Nu is  $\omega t = 300 \text{ rad/s} \cdot 30 \text{ ms} = 9 \text{ rad}$ . De hoeken in graden moeten worden omgerekend naar hoeken in radialen. Zo is  $30^\circ$  gelijk aan  $\pi/6 \approx 0,52$  en is  $60^\circ$  gelijk aan  $\pi/3 \approx 1,05$ . Aldus

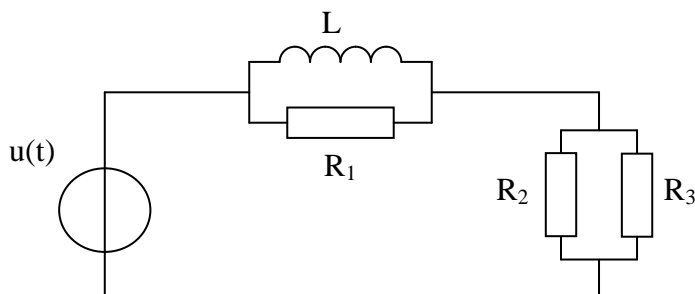
$$u_1 = 3 \cdot \cos(9 + 0,52) = 3 \cdot -0,996 = -2,986 \text{ V}$$

$$u_2 = 2 \cdot \cos(9 + 1,05) = 2 \cdot -0,810 = -1,620 \text{ V}$$

$$u_3 = u_1 + u_2 = -2,986 - 1,620 = -4,606 \text{ V}$$

**Opgave 2**

Gegeven onderstaande schakeling:



$$u(t) = 4,0 \cdot \sin(\omega t) V$$

$$f = 250 \text{ Hz}$$

$$R_1 = 50 \Omega$$

$$R_2 = 27 \Omega$$

$$R_3 = 270 \Omega$$

$$L = 15,92 \text{ mH}$$

- Bereken de reactantie van de spoel.
- Bereken de totale impedantie van  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  en  $C$ .
- Bereken de amplitude van de bronstroom door het circuit.
- Bereken de hoek tussen bronspanning en bronstroom. Loopt de spanning vóór of achter op de stroom?

Oplissing:

De reactantie is:  $X_L = \omega L = 2\pi \cdot f \cdot L = 2\pi \cdot 250 \cdot 15,92 \cdot 10^{-3} = 25,007 = 25 \Omega$

Om de totale impedantie uit te rekenen moeten we de complexe rekenwijze gebruiken. Daarna kunnen we eventueel terugtransformeren. Dus:

$$\begin{aligned} \underline{Z} &= R_2 // R_3 + (jX_L // R_1) = 27 // 270 + (j25 // 50) = 24,545 + \frac{j25 \cdot 50}{j25 + 50} = 24,545 + \frac{j1250}{50 + j25} \\ &= 24,545 + \frac{j1250 \cdot (50 - j25)}{(50 + j25) \cdot (50 - j25)} = 24,545 + \frac{j62500 - j^2 31250}{50^2 + 25^2} = 24,545 + \frac{31250 + j62500}{3125} \\ &= 24,545 + 10 + j20 = 34,545 + j20 \end{aligned}$$

De totale impedantie kan dus worden weergegeven door één weerstand van  $34,545 \Omega$  en één spoel van  $j20 \Omega$ . De waarde van de bijbehorende zelfinductie is dan:

$$X_L = \omega L = 2\pi \cdot f \cdot L = 2\pi \cdot 250 \cdot L \rightarrow L = \frac{X_L}{2\pi \cdot 250} = \frac{20}{2\pi \cdot 250} = 12,73 \text{ mH}$$

maar deze waarde is niet nodig, de reactantie is genoeg. De impedantie heeft een “amplitude” en hoek als volgt:

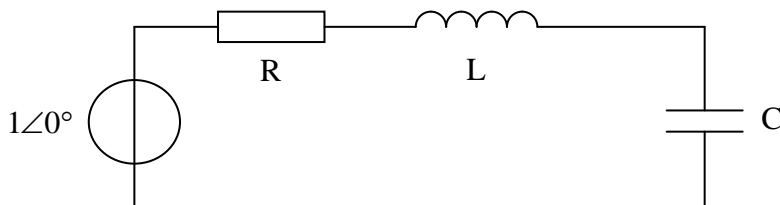
$$Z = \sqrt{34,545^2 + 20^2} \angle \arctan\left(\frac{20}{34,545}\right) = 39,93 \angle 30,07^\circ = 40 \angle 30^\circ$$

De amplitude van de bronstroom is:  $\hat{i} = \frac{\hat{u}}{|Z|} = \frac{4,0}{39,93} = 100,18 = 100 \text{ mA}$  en de hoek is  $-30^\circ$ . De spanning

loopt voor op de stroom.

**Opgave 3**

Gegeven onderstaand netwerk.



$$R = 50 \Omega$$

$$L = 1,5 \text{ mH}$$

$$C = 6,8 \mu\text{F}$$

- Bereken de resonantiefrequentie (5 pt).
- Bereken de complexe stroom die de bron levert bij  $\omega = 10000 \text{ rad/s}$  (10 pt).

Oplissing:

De resonantiefrequentie is

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{1,5 \cdot 10^{-3} \cdot 6,8 \cdot 10^{-6}}} = 1575,9 \text{ Hz}$$

Eerst moeten de reactanties worden uitgerekend bij  $\omega = 10000$ :

$$\underline{Z}_L = j\omega L = j10000 \cdot 1,5 \cdot 10^{-3} = j15 \Omega \quad \underline{Z}_C = -j \frac{1}{\omega C} = -j \frac{1}{10000 \cdot 6,8 \cdot 10^{-6}} = -j14 \frac{12}{17} \Omega$$

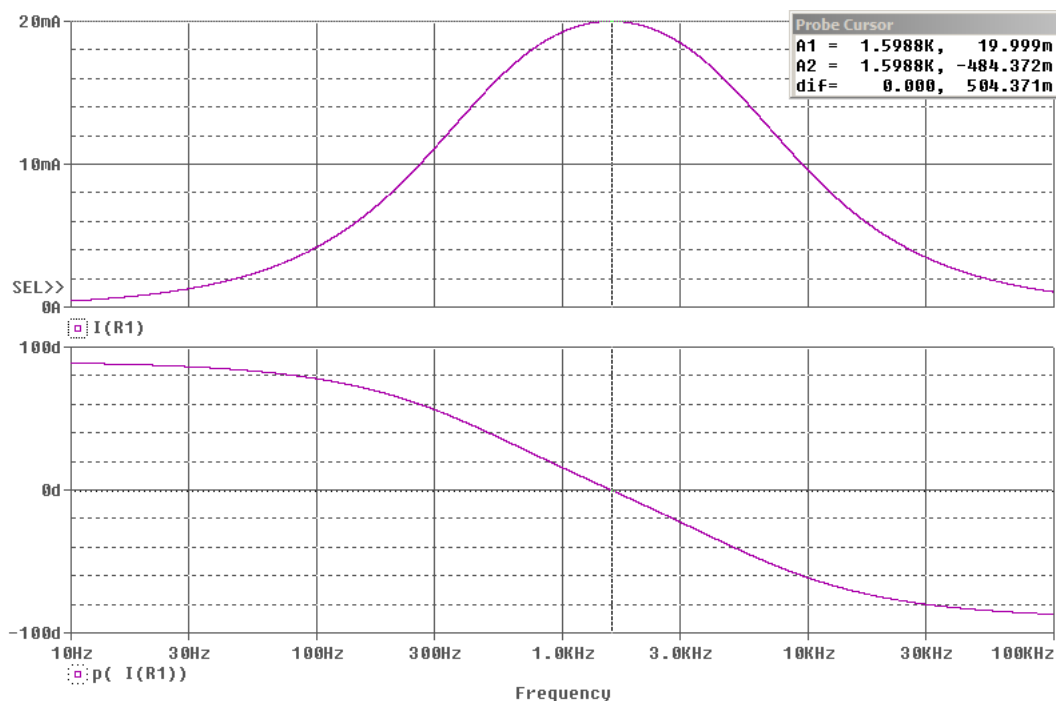
De totale impedantie is dan:

$$\underline{Z} = R + \underline{Z}_L + \underline{Z}_C = 50 + j \left( 15 - 14 \frac{12}{17} \right) = 50 + j \frac{5}{17} \Omega = 50,0009 \angle 0,34^\circ$$

De complexe stroom is dan:

$$\underline{i} = \frac{u}{\underline{Z}} = \frac{1\angle 0^\circ}{50,0009 \angle 0,34} = 20,00 \angle -0,34^\circ \text{ mA}$$

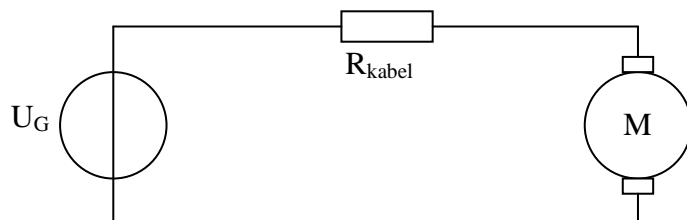
In onderstaande plot is de bronstroom en -fasehoek te zien als functie van de frequentie (niet de hoeksnelheid). Een  $\omega = 10000$  levert een frequentie van 1591,5 Hz. Merker A1 staat afgesteld op (iets meer dan) deze frequentie en stroom door het circuit (hier de stroom door de weerstand), merker A2 op frequentie en fasehoek. De stroom is bijna maximaal; dat is logisch omdat de frequentie dicht bij de resonantiefrequentie ligt!





**Opgave 4**

Gegeven onderstaande schakeling van generator en motor



De generator levert een spanning van 400 V effectief. De weerstand van de kabel is 2  $\Omega$ . De motor heeft een rendement van 90% en een  $\cos(\varphi)$  van 0,87. De stroom die de generator levert is 14,5 A effectief.

- Bereken het elektrisch vermogen opgenomen door de motor (5 pt).
- Bereken het reële vermogen geleverd door de generator (5 pt).
- Bereken het blindvermogen en schijnbaar vermogen geleverd door de generator (10 pt).

**Oplissing:**

Het elektrisch vermogen is eenvoudig uit te rekenen. Let op dat de spanning over de motor lager is dan 400 V, want de kabelweerstand verstoekt ook energie:

$$U_M = U_G - U_{kabel} = U_G - I_G \cdot R_{kabel} = 400 - 2 \cdot 14,5 = 371V$$

$$P_{el} = U_M \cdot I_G \cdot \cos(\varphi) = 371 \cdot 14,5 \cdot 0,87 = 4680W$$

Dit is het reële vermogen van de motor. De generator levert een schijnbaar vermogen van

$$S_G = U_G \cdot I_G = 400 \cdot 14,5 = 5800VA$$

Vergeet echter niet dat de kabel ook reëel vermogen dissipeert:

$$P_{kabel} = I_{kabel}^2 \cdot R_{kabel} = 14,5^2 \cdot 2 = 420,5W$$

Dus het totale reële vermogen dat de generator levert is:

$$P_G = P_{el} + P_{kabel} = 4680 + 420,5 = 5100,5W$$

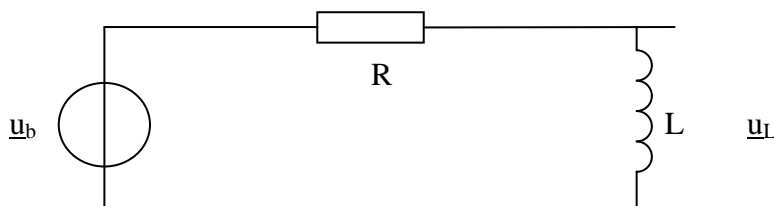
Het blindvermogen is dan

$$S = UI = 400 \cdot 14,5 = 5800VA \quad Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{5800^2 - 5100,5^2} = 2761 \text{ var}$$

Let er op dat je geen gebruik kan maken van de  $\cos(\varphi) \rightarrow \sin(\varphi)$  omzetting, want de  $\cos(\varphi)$  geldt alleen voor de motor, niet voor het hele systeem.

**Opgave 5**

Gegeven onderstaande schakeling.



- Bereken de complexe overdracht in rechthoekcoördinaten en poolcoördinaten (dus met amplitude en hoek) (tip: deel alle termen door  $R$ ).
- Is dit een laagdoorlaatfilter of hoogdoorlaatfilter? Motiveer uw antwoord .

Oplissing:

De overdracht is eenvoudig op te schrijven:

$$\begin{aligned} \underline{H}(j\omega) &= \frac{\underline{u}_R}{\underline{u}_b} = \frac{j\omega L}{R + j\omega L} = \frac{\frac{j\omega L}{R}}{\frac{R}{R} + \frac{j\omega L}{R}} = \frac{\omega \frac{L}{R}}{1 + j\omega \frac{L}{R}} \\ &= \frac{\omega \frac{L}{R} \angle 90^\circ}{\sqrt{1^2 + \left(\omega \frac{L}{R}\right)^2} \angle \arctan\left(\frac{\omega \frac{L}{R}}{1}\right)} = \frac{\omega \frac{L}{R} \angle 90^\circ}{\sqrt{1 + \left(\omega \frac{L}{R}\right)^2} \angle \arctan\left(\omega \frac{L}{R}\right)} \\ &= \sqrt{\frac{\left(\frac{\omega L}{R}\right)^2}{1 + \left(\frac{\omega L}{R}\right)^2}} \angle 90^\circ - \arctan\left(\frac{\omega L}{R}\right) \end{aligned}$$

Dit is een hoogdoorlaatfilter. Als  $\omega = 0$ , dan wordt de overdracht 0 met een hoek van  $90^\circ$ , als  $\omega \rightarrow \infty$  gaat de overdracht richting 1 met een hoek van  $0^\circ$ .