DE HAAGSE HOGESCHOOL
Technology, Innovation & Society Delft

VOORBLAD SCHRIFTELIJKE TOETSEN

OPLEIDING	**Me**
TOETSCODE	**MeWIS6-T1-oefening**
GROEP	**MeH1**
TOETSDATUM	**n.v.t.**
TIJD	**n.v.t.**
AANTAL PAGINA'S (incl. dit voorblad)	**4**
DEZE TOETS BESTAAT UIT (aantal)	**6 open vragen**
GEBRUIK HULPMIDDELEN	**JA/~~NEE~~**
TOEGESTANE HULPMIDDELEN	**Een grafische rekenmachine**
OVERIGE OPMERKINGEN	**Laat je berekeningen zien! Alleen een antwoord is geen punten waard! Geef altijd exacte antwoorden tenzij anders vermeld in de vraag! Cijfer = totaal punten/10 met minimum 1**
OPSTELLER VAN DEZE TOETS	**Roel Smit**
NAAM 2^E^ LEZER	**Rufus Fraanje**

Belangrijkste punten uit artikel 12 van de Onderwijs- en examenregeling:

- Je dient je via Osiris ingeschreven te hebben voor de toets
- Schrijf je naam, studentnummer, toetscode en naam van de docent meteen op het tentamenpapier
- Leg je identificatiebewijs op de hoek van de tafel
- Zet alle elektronische communicatiemiddelen (mobiel, PDA, etc.) uit en stop deze in je tas; deze mogen niet als calculator of klok worden gebruikt
- Je mag het lokaal het eerste halfuur niet verlaten
- Volg de instructies op het toetsvoorblad
- Steek je hand op als je een vraag hebt

Vectorrekening:

Het inwendig product van de vectoren $\vec{a}$ en $\vec{b}$ in $\mathbb{R}^n$, notatie $\vec{a}\cdot\vec{b}$, is gedefinieerd als:

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + \cdots + a_nb_n$$

Het uitwendig product $\vec{a}\times\vec{b}$ in $\mathbb{R}^3$ kan berekend worden volgens:

$$\vec{a}\times\vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{e_1} & a_1 & b_1 \\ \vec{e_2} & a_2 & b_2 \\ \vec{e_3} & a_3 & b_3 \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} a_2b_3 - a_3b_2 \\ a_3b_1 - a_1b_3 \\ a_1b_2 - a_2b_1 \end{pmatrix}$$

ABC-formule

Het oplossen van $ax^2 + bx + c = 0$, waarbij $a, b, c \in \mathbb{R}$ en $a \neq 0$.

Discriminant $D = b^2 - 4ac$.

Als $D \geq 0$ dan $x_{1,2} = \frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$

Als $D < 0$ dan geen reële oplossingen.

Matrixrekening:

Product van matrices

Als A een $m \times n$ matrix en B een $n \times q$ matrix dan is het product $C = AB$ de $m \times q$ matrix, waarvan de elementen zijn:

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{in}b_{nj} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik}b_{kj}$$

voor $i = 1,2,\ldots,m$ en $j = 1,2,\ldots,q$.

Determinant

Als $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$, dan is $|A|$ als volgt te berekenen:

$|A| = \sum_{i=1}^{n} a_{ij}A_{ij} = \sum_{i=1}^{n} a_{ij}(-1)^{i+j}M_{ij}$: ontwikkeling naar de j-de kolom, waarbij $j \in \{1,2,\ldots,n\}$

Of $|A| = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}A_{ij} = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}(-1)^{i+j}M_{ij}$: ontwikkeling naar de i-de kolom, waarbij $i \in \{1,2,\ldots,n\}$.

Waarbij A_{ij} de cofactor en M_{ij} de minor van het element a_{ij} is.

Technology, Innovation & Society Delft

Vraag 1: **(4*5 PUNTEN)**

Gegeven zijn de vectoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$ en $\vec{b} = \begin{pmatrix} -6 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$

a) Bereken $|\vec{a}|$
b) Bereken $\vec{a} \cdot \vec{b}$.
c) Bereken de projectie van $\vec{b}$ op $\vec{a}$
d) Bereken $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{a}$

Vraag 2: **(10 + 10 PUNTEN)**

Los de volgende stelsels vergelijkingen op (bijv. met behulp van het schoonvegen van de totaalmatrix):

a) $\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 = 2 \\ 8x_1 + 5x_2 = 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - 2x_3 = 2 \\ \quad 3x_2 + x_3 = -4 \\ \quad x_1 - 4x_2 = 14 \end{cases}$

Vraag 3: **(5 + 5 + 10 PUNTEN)**

Bepaal de volgende determinanten

a) $\begin{vmatrix} 13 & 14 \\ 7 & 9 \end{vmatrix}$

b) $\begin{vmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ 2 & 5 & 3 \end{vmatrix}$

c) $\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 \\ 1 & y & y^2 \\ 1 & z & z^2 \end{vmatrix}$

Vraag 4: **(10 PUNTEN)**

Bereken de inverse matrix van $\begin{pmatrix} 1/3 & 2/3 & -2/3 \\ -2/3 & 2/3 & 1/3 \\ 2/3 & 1/3 & 2/3 \end{pmatrix}$

Z.O.Z.> > > >

Vraag 5: ` **(10 PUNTEN)**

Gegeven de vectoren $\overrightarrow{v_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{v_2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ en $\overrightarrow{v_3} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$. Laat zien of deze vectoren een lineair onafhankelijk stelsel vormen.

Vraag 6: **(20 PUNTEN)**

Gegeven de matrix $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$; bepaal de bijbehorende eigenwaarden en eigenvectoren.