DE HAAGSE HOGESCHOOL
Technology, Innovation & Society Delft

VOORBLAD SCHRIFTELIJKE TOETSEN

OPLEIDING	**Me**
TOETSCODE	**MeWIS2-T1**
GROEP	**MeP1**
TOETSDATUM	**21 januari 2013**
TIJD	**09.00 – 10.30 uur**
AANTAL PAGINA'S (incl. dit voorblad)	**5**
DEZE TOETS BESTAAT UIT (aantal)	**7 open vragen (9 deelvragen totaal)**
GEBRUIK HULPMIDDELEN	**JA/~~NEE~~**
TOEGESTANE HULPMIDDELEN	**Een grafische rekenmachine**
OVERIGE OPMERKINGEN	**Laat je berekeningen zien! Alleen een antwoord is geen punten waard! Geef altijd exacte antwoorden tenzij anders vermeld in de vraag! Cijfer = totaal punten/10 met minimum 1**
OPSTELLER VAN DEZE TOETS	**Roel Smit**
NAAM 2E LEZER	**Theo Koreneef**

Belangrijkste punten uit artikel 12 van de Onderwijs- en examenregeling:

- Je dient je via Osiris ingeschreven te hebben voor de toets
- Schrijf je naam, studentnummer, toetscode en naam van de docent meteen op het tentamenpapier
- Leg je identificatiebewijs op de hoek van de tafel
- Zet alle elektronische communicatiemiddelen (mobiel, PDA, etc.) uit en stop deze in je tas; deze mogen niet als calculator of klok worden gebruikt
- Je mag het lokaal het eerste halfuur niet verlaten
- Volg de instructies op het toetsvoorblad
- Steek je hand op als je een vraag hebt

Machten:

voor alle $a, b > 0$ geldt:

$$a^{-p} = \frac{1}{a^p}$$

$$a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}$$

$$a^p \cdot a^q = a^{p+q}$$

$$\frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$$

$$(a \cdot b)^p = a^p \cdot b^p$$

$$(a^p)^q = a^{pq}$$

Logaritmen:

Voor alle $g > 0$ en $g \neq 1$ en alle $a, b > 0$ geldt:

$${}^g\log ab = {}^g\log a + {}^g\log b$$

$${}^g\log \frac{a}{b} = {}^g\log a - {}^g\log b$$

$${}^g\log a^q = q \cdot {}^g\log a \;\; (q \in \mathbb{R})$$

$${}^g\log a = \frac{{}^p\log a}{{}^p\log g} \;\; (p > 0 \text{ en } p \neq 1)$$

ABC-formule

Het oplossen van $ax^2 + bx + c = 0$, waarbij $a, b, c \in \mathbb{R}$ en $a \neq 0$.

Discriminant $D = b^2 - 4ac$.

Als $D \geq 0$ dan $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

Als $D < 0$ dan geen reële oplossingen.

Goniometrische formules

$$(\sin x)^2 + (\cos x)^2 = 1$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\sin x = \cos\left(\frac{1}{2}\pi - x\right)$$

$$\cos x = \sin\left(\frac{1}{2}\pi - x\right)$$

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cdot \cos x \pm \cos x \cdot \sin y$$

$$\cos(x \pm y) = \cos x \cdot \cos y \mp \sin x \cdot \sin y$$

$$\tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \cdot \tan y}$$

$$\sin(2x) = 2 \sin x \cdot \cos x$$

$$\cos(2x) = (\cos x)^2 - (\sin x)^2 = 2(\cos x)^2 - 1$$
$$= 1 - 2(\sin x)^2$$

$$(\cos x)^2 = \frac{1}{2}(1 + \cos 2x)$$

$$(\sin x)^2 = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x)$$

$$\sin x + \sin y = 2 \sin\left(\frac{1}{2}(x + y)\right) \cdot \cos\left(\frac{1}{2}(x - y)\right)$$

$$\sin x - \sin y = 2 \sin\left(\frac{1}{2}(x - y)\right) \cdot \cos\left(\frac{1}{2}(x + y)\right)$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos\left(\frac{1}{2}(x + y)\right) \cdot \cos\left(\frac{1}{2}(x - y)\right)$$

$$\cos x - \cos y = -2 \sin\left(\frac{1}{2}(x + y)\right) \cdot \sin\left(\frac{1}{2}(x - y)\right)$$

$$\sin x \cdot \sin y = \frac{1}{2}(\cos(x - y) - \cos(x + y))$$

$$\sin x \cdot \cos y = \frac{1}{2}(\sin(x + y) + \sin(x - y))$$

$$\cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2}(\cos(x + y) + \cos(x - y))$$

Goniometrische vergelijkingen

$$\sin x = \sin \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k \cdot 2\pi \vee x$$
$$= \pi - \alpha + k \cdot 2\pi \;(k \in \mathbb{Z})$$

$$\cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k \cdot 2\pi \vee x$$
$$= -\alpha + k \cdot 2\pi \;(k \in \mathbb{Z})$$

$$\tan x = \tan \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k \cdot \pi \;(k \in \mathbb{Z})$$

Cyclometrische functies

$$y = \arcsin x \Leftrightarrow \sin y = x \text{ en } y \in \left[-\frac{1}{2}\pi, \frac{1}{2}\pi\right]$$

$$y = \arccos x \Leftrightarrow \cos y = x \text{ en } y \in [0, \pi]$$

$$y = \arctan x \Leftrightarrow \tan y = x \text{ en } y \in \left\langle -\frac{1}{2}\pi, \frac{1}{2}\pi \right\rangle$$

Graden en Radialen

$$\alpha \text{ rad} \triangleq \left(\alpha \cdot \frac{180}{\pi}\right)^{\circ} \qquad \alpha^{\circ} \triangleq \alpha \cdot \frac{\pi}{180} \text{ rad}$$

DE HAAGSE HOGESCHOOL

Technology, Innovation & Society Delft

Differentiaalrekening

Rekenregels

$$\left(c \cdot f(x)\right)' = c \cdot f'(x) \text{ met } c \in \mathbb{R}$$

$$\left(\alpha f(x) + \beta g(x)\right)' = \alpha f'(x) + \beta g'(x) \text{ met } \alpha, \beta \in \mathbb{R}$$

$$\left(f(x) \cdot g(x)\right)' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{g(x) \cdot f'(x) - f(x) \cdot g'(x)}{\left(g(x)\right)^2}$$

$$f\left(g(x)\right)' = f'\left(g(x)\right) \cdot g'(x)$$

Standaardafgeleiden

$$f(x) = c \Rightarrow f'(x) = 0$$

$$f(x) = x^\alpha \Rightarrow f'(x) = \alpha \cdot x^{\alpha-1} \text{ met } \alpha \in \mathbb{R}$$

$$f(x) = \sin x \Rightarrow f'(x) = \cos x$$

$$f(x) = \cos x \Rightarrow f'(x) = -\sin x$$

$$f(x) = \tan x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{(\cos x)^2}$$

$$f(x) = e^x \Rightarrow f'(x) = e^x$$

$$f(x) = a^x \Rightarrow f'(x) = a^x \ln x$$

$$f(x) = \ln x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x}$$

$$f(x) = {}^{a}\log x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x \ln a}$$

$$f(x) = \arcsin x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$f(x) = \arccos x \Rightarrow f'(x) = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$f(x) = \arctan x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

Integraalrekening

Rekenregels

$$\int_a^b (\alpha f(x) + \beta g(x)) dx = \alpha \int_a^b f(x) dx + \beta \int_a^b g(x) dx$$

$$\int_{x=a}^b f(x) dg(x) = [f(x)g(x)]_{x=a}^b - \int_{x=a}^b g(x) df(x)$$

Standaard integralen

$$\int x^\alpha dx = \frac{1}{\alpha+1} x^{\alpha+1} + C \text{ met } \alpha \neq -1$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$$

$$\int \sin x \, dx = -\cos x + C$$

$$\int \cos x \, dx = \sin x + C$$

$$\int \tan x \, dx = -\ln|\cos x| + C$$

$$\int \frac{1}{(\cos x)^2} dx = \tan x + C$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \text{ met } a > 0 \text{ en } a \neq -1$$

$$\int e^x dx = e^x + C$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx = \arcsin\left(\frac{x}{a}\right) + C$$

$$\int \frac{1}{a^2 + x^2} dx = \frac{1}{a} \arctan\left(\frac{x}{a}\right) + C$$

Vraag 1: **(10 PUNTEN)**

Bereken indien mogelijk de volgend limiet:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x - 3}{x\sqrt{x} - 3\sqrt{x}}$$

Vraag 2: **(10 PUNTEN)**

Bepaal waar de volgende functie discontinu is en geef, indien mogelijk, het type discontinuïteit aan:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 + 2x - 35}{x + 7} & \text{voor} \quad x \neq -7 \\ 5 & \text{voor} \quad x = -7 \end{cases}$$

Vraag 3: **(10 + 10 PUNTEN)**

Bepaal de afgeleide van de volgende functies (het antwoord hoeft niet vereenvoudigd te worden):

a) $f(t) = \sqrt{2t} \cdot \cos\left(3t - \frac{1}{2}\pi\right)$

b) $f(x) = \frac{(4x^3-3)^5}{(x^5+3)^3}$

Vraag 4: **(10 + 10 PUNTEN)**

Bepaal de volgende onbepaalde of bepaalde integraal:

a) $\int (x \cos t) dt$

b) $\int_1^4 \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right) dx$

Vraag 5: **(10 PUNTEN)**

Bepaal van de volgende functie de lokale en globale maxima en minima:

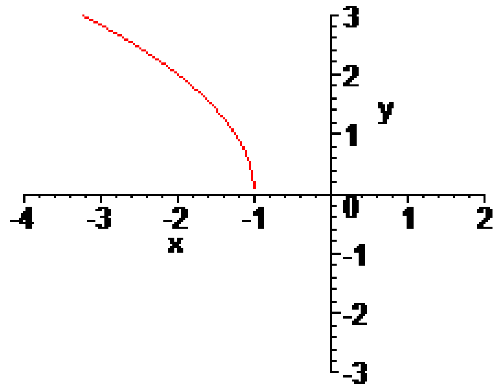
$$y = f(x) = 2\sin(2x) + 2 \;\text{ met }\; x \in [-\pi, \pi]$$

Vraag 6: **(10 PUNTEN)**

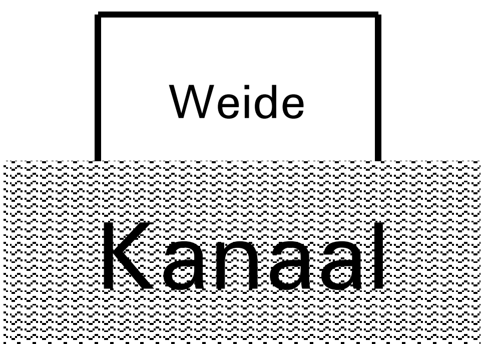
Gegeven is de functie

$$h(x) = 2\sqrt{-x-1}$$

Bepaal de exacte vergelijking van de raaklijn aan deze grafiek in het punt met x-coördinaat $x = -2$



Vraag 7: **(20 PUNTEN)**



Een boer moet met behulp van een hek een zo groot mogelijke rechthoekige weide afzetten voor zijn koeien. Het hek heeft een lengte van 100 m in totaal. Om een grote weide te maken zal de boer gebruik maken van een kanaal dat over zijn land loopt. Zo hoeft hij namelijk voor een van de zijdes geen hekwerk te gebruiken. We gaan ervan uit dat dit kanaal perfect recht is; zie hiervoor de tekening. Bepaal het maximale oppervlak dat de boer kan krijgen voor deze rechthoekige weide met het gegeven hek.