Faculteit Technologie, Innovatie & Samenleving

VOORBLAD SCHRIFTELIJKE TOETSEN

OPLEIDING	:	**Mechatronica**
TOETSCODE	:	**UITWERKINGEN MECH5-T1**
GROEP	:	**MEH2_OUD**
TOETSDATUM	:	**7 APRIL 2015**
TIJD	:	**9:00 – 10:30**
AANTAL PAGINA'S (incl. voorblad)	:	**8**
DEZE TOETS BESTAAT UIT	:	**8 open vragen** **0 meerkeuzevragen**
GEBRUIK HULPMIDDELEN	:	**JA**
TOEGESTANE HULPMIDDELEN	:	**(grafische) rekenmachines**
TOETSOPGAVE INLEVEREN	:	**NEE**
OVERIGE OPMERKINGEN	:	**Beoordeling tentamen: bij elke vraag staat het maximaal aantal te behalen punten.** **In totaal zijn maximaal 90 punten te behalen.** **Eindcijfer = 1 + aantal behaalde punten / 10**
OPSTELLER VAN DEZE TOETS	:	**P.R. Fraanje**
TWEEDE LEZER VAN DEZE TOETS	:	**E. Kouwe**

BELANGRIJKSTE PUNTEN UIT DE TOETSREGELING VAN DE ONDERWIJS- EN EXAMENREGELING:
- je dient je via Osiris ingeschreven te hebben voor deze toets
- schrijf je naam, je studentnummer, de toetscode en de naam van de docent meteen op het tentamenpapier
- leg je identiteitsbewijs op de hoek van de tafel
- zet alle elektronische communicatiemiddelen en je horloge (mobiele telefoon, PDA, etc.) uit en stop deze in je tas; deze mogen niet als calculator of klok worden gebruikt
- je mag het lokaal het eerste halfuur van een toets niet verlaten
- volg de instructies op het toetsvoorblad
- steek je hand op als je een vraag hebt

versie April 2015 TEX

Tabel 1: *Operaties in t- en s-domein*

Regel	***t*-domein**	***s*-domein**
lineariteit	$a \cdot f(t) + b \cdot g(t)$	$a \cdot F(s) + b \cdot G(s)$
demping	$e^{-at} \cdot f(t)$	$F(s+a)$
verschuiving in de tijd	$f(t-a)$	$e^{-as} \cdot F(s)$
afgeleiden (alle beginwaarden zijn nul)	$\dfrac{\mathrm{d}^n f(t)}{\mathrm{d}t^n}$	$s^n \cdot F(s)$
beginwaardetheorema	$f(0) = \lim\limits_{t \to 0} f(t)$	$f(0) = \lim\limits_{s \to \infty} s \cdot F(s)$
eindwaardetheorema	$f(\infty) = \lim\limits_{t \to \infty} f(t)$	$f(\infty) = \lim\limits_{s \to 0} s \cdot F(s)$

Tabel 2: *Signalen in t- en s-domein*

Signaaltype	***t*-domein**	***s*-domein**
eenheidsstapfunctie	$\mathbb{1}(t)$	$\dfrac{1}{s}$
deltafunctie	$\delta(t)$	1
n^{e}-machts functie	$t^n \cdot \mathbb{1}(t)$	$\dfrac{n!}{s^{n+1}}$
e-macht	$e^{-at} \cdot \mathbb{1}(t)$	$\dfrac{1}{s+a}$
sinus	$\sin(\omega t) \cdot \mathbb{1}(t)$	$\dfrac{\omega}{s^2+\omega^2}$
cosinus	$\cos(\omega t) \cdot \mathbb{1}(t)$	$\dfrac{s}{s^2+\omega^2}$
gedempte sinus	$e^{-at} \cdot \sin(\omega t) \cdot \mathbb{1}(t)$	$\dfrac{\omega}{(s+a)^2+\omega^2}$
gedempte cosinus	$e^{-at} \cdot \cos(\omega t) \cdot \mathbb{1}(t)$	$\dfrac{s+a}{(s+a)^2+\omega^2}$

Opgave 1 (10 pt)

a) Leg uit wat een statisch systeem is, en geef een voorbeeld.

> **Solution:** Een statisch systeem is een systeem zonder geheugenwerking, de uitgang wordt volledig direct bepaald door de ingang. Voorbeelden: een tandwielkast (zonder speling), een spanningsdeler, een transformator (zonder hysterese werking), etc.

b) Leg uit wat een dynamisch systeem is, en geef een voorbeeld.

> **Solution:** Een dynamisch systeem is een systeem met geheugenwerking, de uitgang wordt volledig of mede bepaald door verleden waarden van de ingang. Voorbeelden: een massa-veer-demper systeem, een RLC-netwerk, de opwarming van een gebouw, etc.

Opgave 2 (10 pt)

a) In welk component en op welke manier wordt potentiële energie opgeslagen in het hydraulische, elektrische, en lineair mechanische domein?

> **Solution:**
>
> - hydraulisch: in een vloeistoftank (vloeistof wordt opgeslagen)
> - elektrisch: in een condensator (lading wordt opgeslagen)
> - lineair mechanisch: in een veer (positie wordt opgeslagen)

b) Wat zijn de elektrische equivalenten van de volgende mechanische componenten:

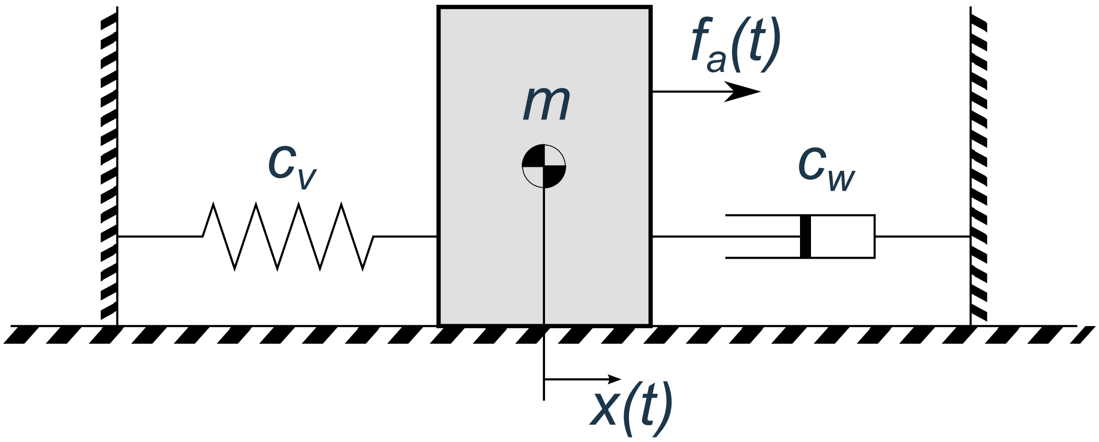
   a) massa

   b) veer

   c) demper

> **Solution:**
>
> - het elektrische equivalent van een massa (snelheid blijft behouden) is een spoel (stroomsterkte blijft behouden)
> - het elektrische equivalent van een veer (positie blijft behouden) is een condensator (lading blijft behouden)
> - het elektrische equivalent van een demper (bewegingsenergie wordt omgezet in warmte) is een weerstand (elektrische energie wordt omgezet in warmte)

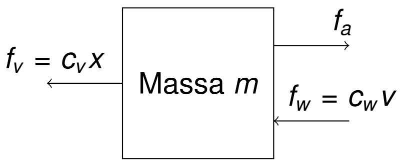
Opgave 3 (20 pt)
Figuur 1 toont een massa-veer-demper systeem, waarbij de massa van m = 100 kg via een veer met veerconstante c_v = 50 N/m en een demper met dempingsconstante c_w = 1 Ns/m is verbonden met de vaste wereld. Aangenomen wordt dat er geen wrijving is tussen de massa en de ondergrond. Op tijdstip $t = 0$ s bevindt de massa zich op $x(t) = 0$ m (meter) en is dan in rust. De veren en de dempers oefenen dan geen kracht uit op de massa. Op de massa werkt nog een externe kracht $f_a(t)$, waarbij $f_a(t) = 0$ N voor $t < 0$ s en voor $t \geq 0$ kan deze kracht bijvoorbeeld constant of sinus-vormig zijn.



Figuur 1: *Massa-veer-demper systeem behorend bij vraag 3.*

a) Teken het vrije lichaamsschema van de massa. Geef voor elk van de krachten de richting aan. (10 pt)

Solution:



b) Leid de differentiaalvergelijking (bewegingsvergelijking) af die de relatie tussen de externe kracht $f_a(t)$ en de positie $x(t)$ beschrijft. Laat zien welke stappen je hierbij maakt. (10 pt)

Solution:

a) De tweede wet van Newton zegt dat de resulterende kracht gelijk is aan de massa maal de versnelling (NB: de positieve richting is naar rechts gericht):

$$-f_v - f_w + f_a = ma$$

b) Invullen van de veerkracht en de wrijvingskracht geeft:

$$-c_v x - c_w v + f_a = ma$$

c) Herschrijven van v en w als eerste en tweede afgeleide van x geeft de differentiaalvergelijking:

$$-c_v x - c_w \dot{x} + f_a = m\ddot{x}$$

Meestal wordt deze geschreven in de vorm, waarin links de termen met de (afgeleides van de) uitgang staan en rechts de ingang:

$$m\ddot{x} + c_w \dot{x} + c_v x = f_a$$

d) Invullen van de constantes geeft:

$$100\ddot{x} + \dot{x} + 50x = f_a$$

Opgave 4 (10 pt)
Een banddoorlaat filter is een elektrisch filter dat frequenties in een bepaalde band doorlaat en frequenties daarbuiten onderdrukt. De volgende differentiaalvergelijking beschrijft de relatie tussen de ingang en de uitgang van een filter die frequenties tussen 10 Hz en 100 Hz doorlaat:

$$\frac{d^2 u_o(t)}{dt^2} + 700\frac{du_o(t)}{dt} + 40000 u_o(t) - 40000\frac{du_i(t)}{dt} = 0$$

hierin is $u_i(t)$ de ingangsspanning van het filter en $u_o(t)$ de uitgangsspanning. Zet de differentiaalvergelijking om naar het s-domein en leidt de overbrengingsfunctie van dit banddoorlaat filter af.

Solution: Omzetten naar het s-domein geeft:

$$s^2 U_o + 700sU_o + 40000U_o = 40000sU_i$$

waarbij we meteen de ingang naar rechts hebben gebracht. U_o oplossen geeft:

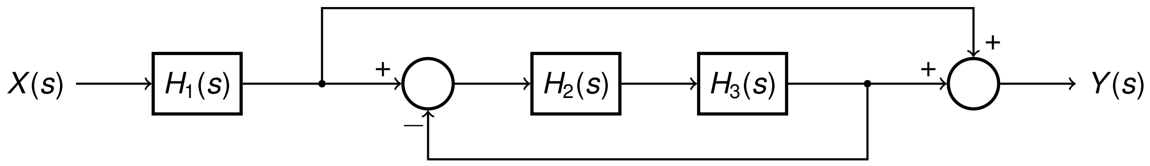
$$U_o = \frac{40000s}{s^2 + 700s + 40000} U_i$$

De overbrenginsfunctie wordt dus gegeven door:

$$H(s) = \frac{U_o}{U_i} = \frac{40000s}{s^2 + 700s + 40000}$$

Opgave 5 (10 pt)
Figuur 2 geeft het blokschema van een systeem, waarbij $H_1(s)$, $H_2(s)$ en $H_3(s)$ overbrengingsfuncties die bekend verondersteld zijn. Bepaal de overbrengingsfunctie

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$$



Figuur 2: *Het blokschema van het systeem uit vraag 5.*

in termen van $H_1(s)$, $H_2(s)$ en $H_3(s)$.

Solution:

- De binnenste terugkoppellus (negatieve terugkoppeling):

$$\frac{H_2H_3}{1+H_2H_3}$$

- Deze staat parallel aan een lijntje zonder blok erin, dus een versterking van 1, dit resulteert in:

$$1+\frac{H_2H_3}{1+H_2H_3} = \frac{1+H_2H_3}{1+H_2H_3}+\frac{H_2H_3}{1+H_2H_3} = \frac{1+2H_2H_3}{1+H_2H_3}$$

- Tot slot de serieverbinding met H_1, dit geeft:

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{H_1(1+2H_2H_3)}{1+H_2H_3}$$

Opgave 6 (10 pt)
Zet het signaal

$$Y(s) = \frac{5}{s} - \frac{5s+5}{s^2+2s+5}$$

in het s-domein, om naar het tijdsdomein. Ofwel, bepaal $y(t)$.

Solution: De eerste term is eenvoudig om te zetten, dit geeft:

$$5 \cdot 1(t)$$

De tweede term heeft complexe polen (discriminant is negatief), dus deze kunnen we niet splitsen in 2 eerste orde systemen. Daarom herschrijven we deze in de vorm:

$$\frac{5s+5}{(s+1)^2+2^2} = \frac{5(s+1)}{(s+1)^2+2^2}$$

Vergelijken we deze met de vormen uit de tabel, dan zien we dat we hiervoor de regel voor de gedempte cosinus kunnen gebruiken. Dit geeft:

$$5e^{-t}\cos(2t)1(t)$$

Het eindantwoord is dus:

$$y(t) = 5 \cdot 1(t) - 5e^{-t}\cos(2t)1(t) \;=\; 5(1 - e^{-t}\cos(2t))1(t)$$

Opgave 7 (10 pt)
Gegeven een systeem met de overbrengingsfunctie:

$$H(s) \;=\; \frac{2s}{s^2 + 6s + 8}$$

Bereken de stapresponsie van dit systeem (hint: gebruik de techniek van breuksplitsen).

Solution: De stapresponsie in het s-domein is:

$$\frac{2s}{s^2 + 6s + 8}\frac{1}{s} \;=\; \frac{2}{s^2 + 6s + 8}$$

Omdat hierin 2 reële polen zitten, kunnen we deze splitsen met breuksplitsen:

$$\frac{2}{s^2 + 6s + 8} \;=\; \frac{a}{s + 2} + \frac{b}{s + 4}$$

Links en rechts vermenigvuldigen met de noemer, geeft:

$$2 \;=\; a(s + 4) + b(s + 2)$$

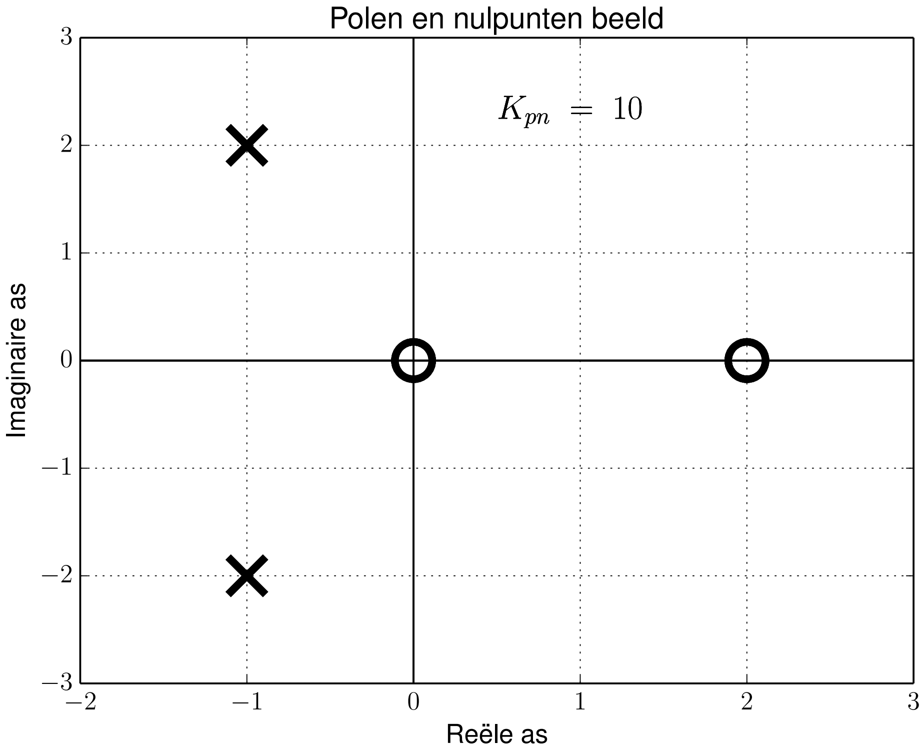
Invullen van $s = -2$ geeft $a = 1$. Invullen van $s = -4$ geeft $b = -1$. Dus we hebben:

$$\frac{2}{s^2 + 6s + 8} \;=\; \frac{1}{s + 2} + \frac{-1}{s + 4}$$

Deze vorm is eenvoudig om te zetten naar het t-domein. De stapresponsie wordt dus gegeven door:

$$\left(e^{-2t} - e^{-4t}\right) 1(t)$$

Opgave 8 (10 pt)
Figuur 3 toont het polen- en nulpuntenbeeld van een 2e-orde systeem. Leidt de bijbehorende overbrengingsfunctie $H(s)$ af. Vergeet niet K_{pn} in je antwoord te verwerken.



Figuur 3: *Polen- en nulpuntenbeeld van het systeem uit vraag 8.*

Solution: Het systeem heeft 2 polen en 2 nulpunten. De overbrengingsfunctie wordt gegeven door:

$$H(s) = 10\frac{s(s-2)}{(s+1-2i)(s+1+2i)} = \frac{10s(s-2)}{(s+1)^2+2^2}$$