

Faculteit Technologie, Innovatie & Samenleving

**VOORBLAD SCHRIFTELIJKE TOETSEN**

<b>OPLEIDING</b>	: Mechatronica
<b>TOETSCODE</b>	: LINALG-T1, WIS6-T1
<b>GROEP</b>	: MeH1
<b>TOETSDATUM</b>	: MAANDAG 26 OKTOBER 2015
<b>TIJD</b>	: 09.00 – 10.30 uur
<b>AANTAL PAGINA'S (incl. voorblad)</b>	: 5
<b>DEZE TOETS BESTAAT UIT</b>	: 7 open vragen. : 0 meerkeuzevragen.
<b>GEBRUIK REKENMACHINE</b>	: Alleen gewone rekenmachine
<b>TOEGESTANE OVERIGE HULPMIDDELEN</b>	: Geen
<b>TOETSOPGAVE INLEVEREN</b>	: NEE
<b>OVERIGE OPMERKINGEN</b>	: Geen
<b>OPSTELLER VAN DEZE TOETS</b>	: H.E. Duivenvoorden
<b>TWEDE LEZER VAN DEZE TOETS</b>	: D.G. van Teylingen

**BELANGRIJKSTE PUNTEN UIT DE TOETSREGELING VAN DE ONDERWIJS- EN EXAMENREGELING:**

- je dient je via Osiris ingeschreven te hebben voor deze toets
- schrijf je naam, je studentnummer, de toetscode en de naam van de docent meteen op het tentamenpapier
- leg je identiteitsbewijs op de hoek van de tafel
- zet alle elektronische communicatiemiddelen en je horloge (mobiele telefoon, PDA, etc.) uit en stop deze in je tas; deze mogen niet als calculator of klok worden gebruikt
- je mag het lokaal het eerste halfuur van een toets niet verlaten
- volg de instructies op het toetsvoorblad
- steek je hand op als je een vraag hebt

- **Welke vragen maak je?**

Tweedejaars	= >	Alle vragen
Ouderejaars	Alleen WIS6	1, 2, 5
	Alleen WIS7	3, 4, 6, 7
	Beide	Alle vragen

**Als je alleen Wis6 of Wis 7 doet. Geef dit dan duidelijk aan bovenaan je antwoordvel.**

- **Engels of Nederlands?**

De Engelse versie is te vinden aan het eind van dit document.

- **Aanwijzingen**

Lees de opgave goed. Geef bij jouw antwoord altijd de uitwerkingen. Alleen een antwoord levert geen punten op.

**Vraag 1:**

**(10 PUNTEN)**

Gegeven zijn de vectoren  $\vec{a} = \begin{pmatrix} -8 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix}$  en  $\vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$

- Bereken  $|\vec{b}|$
- Bereken de hoek  $\theta$  tussen vector  $\vec{a}$  en vector  $\vec{b}$  in hele graden nauwkeurig.
- Bereken  $\vec{a} \times 2\vec{b}$

**Vraag 2:**

**(10 PUNTEN)**

Gegeven zijn de volgende Matrices  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$  en  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -3 \end{pmatrix}$ , bereken

- $A - 2B^T$
- $A \cdot B$
- $A^T \cdot B$

**Vraag 3:**

**(10 PUNTEN)**

Bepaal de volgende determinant:

a)  $\begin{vmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 1 & a & 1 \\ 0 & -2 & 0 \end{vmatrix}$

Vraag 4:

(10 PUNTEN)

- a) Bepaal de inverse van  $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$ .
- b) Bepaal de matrix die ontstaat als de bovenstaande matrix  $90^\circ$  tegen de klok in gedraaid wordt.

Vraag 5:

(20 PUNTEN)

Los de volgende stelsels vergelijkingen op:

- a)  $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2 \\ 2x_1 + x_2 = -1 \end{cases}$ , gebruikmakend van matrixvegen.
- b)  $\begin{cases} x_1 - 2x_3 = 1 \\ 3x_1 - x_2 - 6x_3 = 2 \\ -2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 1 \end{cases}$

Vraag 6:

(20 PUNTEN)

- a) Geef aan of  $\left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -6 \\ 9 \end{pmatrix} \right\}$  een basis is van de bijbehorende 2-dimensionele ruimte.
- b) De set vectoren  $\left\{ \begin{pmatrix} 17 \\ -1 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 12 \\ 2 \\ -6 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -11 \\ -4 \\ 12 \\ -5 \end{pmatrix} \right\}$  is geen basis is van de bijbehorende 4-dimensionele ruimte. Wat is de waarde van de determinant van de matrix behorende bij deze set vectoren? Leg uit.

Vraag 7:

(20 PUNTEN)

Gegeven van de matrix  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

- a) Bewijs dat de eigenwaarden, 2, -1 en -1 zijn.
- b) Bepaal de bijbehorende eigenvectoren
- d) Bereken  $A^4$

~ Einde van dit tentamen ~

---

**START OF THE EXAM IN ENGLISH**

**QUESTION 1:**

**(10 POINTS)**

Given two matrices  $\vec{a} = \begin{pmatrix} -8 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix}$  and  $\vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$ , calculate:

- $|\vec{b}|$
- The angle  $\theta$  between vector  $\vec{a}$  and vector  $\vec{b}$  round to full degrees.
- $\vec{a} \times 2\vec{b}$

**QUESTION 2:**

**(10 POINTS)**

Given two matrices  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$  and  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -3 \end{pmatrix}$ , calculate:

- $A - 2B^T$
- $A \cdot B$
- $A^T \cdot B$

**QUESTION 3:**

**(10 POINTS)**

Calculate the following determinant:

a) 
$$\begin{vmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 1 & a & 1 \\ 0 & -2 & 0 \end{vmatrix}$$

**QUESTION 4:**

**(10 POINTS)**

- Calculate the inverse of matrix  $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$ .
- Calculated the resulted matrix if we rotate matrix  $A$  for  $90^\circ$  counter clockwise.

**QUESTION 5:**

**(20 POINTS)**

Solve the following sets of linear equations:

- $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2 \\ 2x_1 + x_2 = -1 \end{cases}$ , You have to use the Gaussian elimination method for this one!
- $\begin{cases} x_1 - 2x_3 = 1 \\ 3x_1 - x_2 - 6x_3 = 2 \\ -2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 1 \end{cases}$

**QUESTION 6:****(20 POINTS)**

- a) Indicate whether  $\left\{\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -6 \\ 9 \end{pmatrix}\right\}$  is a base of the associated 2-dimensional space.
- b) The set of vectors  $\left\{\begin{pmatrix} 17 \\ -1 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 12 \\ 2 \\ -6 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -11 \\ -4 \\ 12 \\ -5 \end{pmatrix}\right\}$  is not a basis for the associated 4-dimensional space. What is the value of the determinant of the matrix induced by these vectors? Explain.

**QUESTION 7:****(20 POINTS)**

Given matrix  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

- a) Prove that the eigenvalues of this matrix are 2, -1 and -1.  
b) Calculate the eigenvectors of this matrix  
c) Calculate  $A^4$

~ End of this exam ~