DE HAAGSE HOGESCHOOL
FACULTEIT TECHNOLOGIE, INNOVATIE & SAMENLEVING

VOORBLAD SCHRIFTELIJKE TOETSEN

OPLEIDING	:	**MECHATRONICA**
TOETSCODE	:	**UITWERKINGEN MECH5-T1**
GROEP	:	**MEH2**
TOETSDATUM	:	**4 APRIL 2016**
TIJD	:	**11:00 – 12:30**
AANTAL PAGINA'S (incl. voorblad)	:	**9**
DEZE TOETS BESTAAT UIT	:	**9 open vragen** **0 meerkeuzevragen**
GEBRUIK HULPMIDDELEN	:	**JA**
TOEGESTANE HULPMIDDELEN	:	**(grafische) rekenmachines**
TOETSOPGAVE INLEVEREN	:	**JA**
OVERIGE OPMERKINGEN	:	**Beoordeling tentamen: bij elke vraag staat het maximaal aantal te behalen punten.** **In totaal zijn maximaal 100 punten te behalen.** **Eindcijfer = aantal behaalde punten / 10**
OPSTELLER VAN DEZE TOETS	:	**P.R. Fraanje**
TWEEDE LEZER VAN DEZE TOETS	:	**E. Kouwe**

BELANGRIJKSTE PUNTEN UIT DE TOETSREGELING VAN DE ONDERWIJS- EN EXAMENREGELING:

- Je dient je via Osiris ingeschreven te hebben voor deze toets.
- Schrijf je naam, je studentnummer, de toetscode en de naam van de docent meteen op het tentamenpapier.
- Leg je identiteitsbewijs op de hoek van de tafel.
- Zet alle elektronische communicatiemiddelen (mobiele telefoon, PDA, etc.) en horloges uit en stop deze in je tas; deze mogen niet als calculator of klok worden gebruikt.
- Je mag het lokaal het eerste halfuur van een toets niet verlaten.
- Volg de instructies op het toetsvoorblad.
- Steek je hand op als je een vraag hebt.

versie 1 oktober 2014 TEX

Tabel 1: *Operaties in t- en s-domein*

Regel	***t*-domein**	***s*-domein**
lineariteit	$a \cdot f(t) + b \cdot g(t)$	$a \cdot F(s) + b \cdot G(s)$
demping	$e^{-at} \cdot f(t)$	$F(s+a)$
verschuiving in de tijd	$f(t-a)$	$e^{-as} \cdot F(s)$
afgeleiden (alle beginwaarden zijn nul)	$\frac{\mathrm{d}^n f(t)}{\mathrm{d}t^n}$	$s^n \cdot F(s)$
beginwaardetheorema	$f(0) = \lim_{t \to 0} f(t)$	$f(0) = \lim_{s \to \infty} s \cdot F(s)$
eindwaardetheorema	$f(\infty) = \lim_{t \to \infty} f(t)$	$f(\infty) = \lim_{s \to 0} s \cdot F(s)$

Tabel 2: *Signalen in t- en s-domein*

Signaaltype	***t*-domein**	***s*-domein**
eenheidsstapfunctie	$\mathbb{1}(t)$	$\frac{1}{s}$
deltafunctie	$\delta(t)$	1
n^{e}-machts functie	$t^n \cdot \mathbb{1}(t)$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
e-macht	$e^{-at} \cdot \mathbb{1}(t)$	$\frac{1}{s+a}$
sinus	$\sin(\omega t) \cdot \mathbb{1}(t)$	$\frac{\omega}{s^2+\omega^2}$
cosinus	$\cos(\omega t) \cdot \mathbb{1}(t)$	$\frac{s}{s^2+\omega^2}$
gedempte sinus	$e^{-at} \cdot \sin(\omega t) \cdot \mathbb{1}(t)$	$\frac{\omega}{(s+a)^2+\omega^2}$
gedempte cosinus	$e^{-at} \cdot \cos(\omega t) \cdot \mathbb{1}(t)$	$\frac{s+a}{(s+a)^2+\omega^2}$

Opgave 1 (15 pt)
Een gelijkstroommotor drijft een wiel aan van een mobiel robotplatform. De volgende vragen gaan over dit systeem, waarbij de spanning over de motor de ingang is en de snelheid van het wiel de uitgang.

a) Leg uit waarom dit systeem dynamisch is.

> **Solution:** Het systeem heeft geheugenwerking: als er een constante spanning op de gelijkstroommotor wordt gezet zal het toerental van het wiel geleidelijk oplopen en uiteindelijk naar een constant toerental convergeren. Dit gedrag wordt beschreven met een differentiaal vergelijking.

b) Leg uit wat we bedoelen met stationair gedrag, en geef aan wanneer dit systeem stationair gedrag vertoont.

> **Solution:** Stationair gedrag is gedrag waarin geen geheugenwerking meer zit, de uitgang wordt volledig bepaald door de huidige ingang. Dit gedrag wordt beschreven door een algebraische vergelijking. Dit systeem vertoont stationair gedrag als de ingangsspanning constant wordt gehouden en het toerental van het wiel constant is geworden, ofwel de motor draait stationair.

c) Door de stroom, die gaat lopen door de spoel in de motor, verandert de weerstand van het koperdraad. Meestal kan dit effect worden verwaarloosd. Als we dit gedrag toch modelleren, geef aan wat voor type systeem we dan hebben. Motiveer je antwoord.

> **Solution:** Er zijn twee mogelijke antwoorden:
>
> - het systeem is dynamisch en tijdsvariant: de weerstand veranderd in de tijd, dit zorgt voor een tijdsvarierent systeem;
> - het systeem is dynamisch en niet-lineair: de weerstand veranderd door de temperatuur, die weer veranderd door de stroom. Als deze afhankelijkheid wordt meegenomen, wordt de weerstand dus veranderd door de stroom. De relatie tussen spanning en stroom is dan geen lineaire functie meer, maar een niet-lineaire functie. Het systeem wordt dan niet-lineair.

Opgave 2 (5 pt)
Wat zijn de weerstandscomponenten in de volgende domeinen:

- elektrisch
- lineair mechanisch
- hydraulisch
- pneumatisch
- thermisch

Solution: De weerstandscomponenten in de volgende domeinen zijn:

- elektrische domein: weerstand
- lineair mechanische domein: demper
- hydraulische domein: ventiel / restrictie / vernauwing
- pneumatische domein: ventiel / restrictie / vernauwing
- thermische domein: warmte geleider / isolator

Opgave 3 (10 pt)
Als er een spanning $u_L(t)$ over een spoel met zelfinductie L wordt gezet, verandert de stroom $i_L(t)$ door de spoel volgens de volgende vergelijking:

$$\frac{\mathrm{d}i_L(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{u_L(t)}{L}$$

Gegeven een spoel met zelfinductie $L = 3.3$ mH. Op tijdstip $t = 0$ s is de stroom door deze spoel $i_L(0) = 2.5$ A.

a) Bereken hoe groot de spanning $u_L(t)$ moet zijn om de stroom in 1 ms naar 0 A te brengen (hierbij mag je uitgaan van een constante spanning tussen 0 s en 1 ms).

Solution: De stroom moet van 2.5 A terug worden gebracht tot 0 A in 1 ms. Dat betekent dat de afgeleide $\mathrm{d}i_L/\mathrm{d}t$ gelijk moet worden aan $-2.5/10^{-3} = -2500$ A/s. De spanning $u_L(t)$ die hiervoor nodig is, is $u_L(t) = L\mathrm{d}i_L/\mathrm{d}t = -8.25$ V.

b) Stel er wordt een spanning van $u_L(t) = \sin(10t)$ op de spoel gezet. Bepaal de functie $i_L(t)$.

Solution: Voor de stroom door de spoel geldt de formule:

$$i_L(t) = i_L(0) + \int_0^t u_L(\tau)\mathrm{d}\tau$$

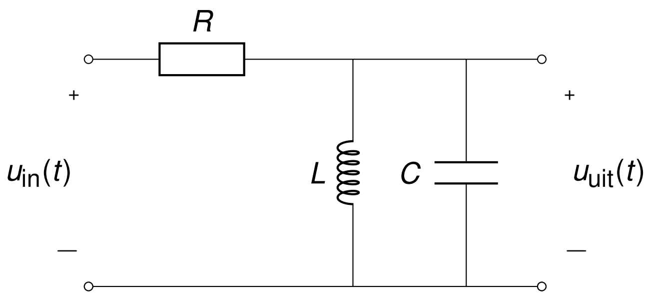
Vullen we hiervoor de waarde van $i_L(0)$ in en de functie van u_L en berekenen we de integraal, dan vinden we het volgende antwoord:

$$\begin{aligned}
i_L(t) &= 2.5 + \frac{1}{3.3 \cdot 10^{-3}} \int_0^t \sin(10\tau)\mathrm{d}\tau \\
&= 2.5 - \frac{1}{3.3 \cdot 10^{-3}} \left[\frac{1}{10}\cos(10\tau)\right]_0^t \\
&= 2.5 - \frac{1}{3.3 \cdot 10^{-3}} \frac{1}{10} (\cos(10t) - 1) \\
&= 2.5 - 30.3(\cos(10t) - 1)
\end{aligned}$$

Opgave 4 (20 pt)
Figuur 1 toont een elektrische circuit, waarvan we de relatie tussen de ingang $u_{\text{in}}(t)$ en de uitgang $u_{\text{uit}}(t)$ willen modelleren. Het circuit bestaat uit een spoel met zelfinductie L, een weerstand R en een condensator met capaciteit C.
Merk op dat, dat in het algemeen geldt:

- voor een spoel: $u_L(t) = L\dfrac{di_L(t)}{dt}$
- voor een condensator: $u_C(t) \;=\; u_C(0) + \dfrac{1}{C}\displaystyle\int_0^t i_C(\tau)\mathrm{d}\tau$ en dus ook $i_C(t) = C\dfrac{du_C(t)}{dt}$
- voor een weerstand: $u_R = Ri_R$

Leidt de differentiaalvergelijking af die de relatie tussen de ingang $u_{\text{in}}(t)$ en de uitgang $u_{\text{uit}}(t)$ geeft. Werk systematisch! (Hint: Start vanuit de vergelijking $u_{\text{uit}}(t) = L\dfrac{\mathrm{d}i_L(t)}{\mathrm{d}t}$, en houd goed bij welke vergelijkingen je verwerkt hebt.)



Figuur 1: *Elektrische circuit behorend bij vraag 4.*

Solution: Component relaties:

- Weerstand: $u_R(t) = Ri(t)$ met u_R
- Condensator: $i_C(t) = C\dfrac{\mathrm{d}u_{\text{uit}}(t)}{\mathrm{d}t}$
- Spoel: $u_{\text{uit}}(t) = L\dfrac{\mathrm{d}i_L(t)}{\mathrm{d}t}$

Behoudswetten:

- Spanningswet van Kirchhof: $u_{\text{in}}(t) = u_R(t) + u_{\text{uit}}(t)$
- Stroomwet van Kirchhof: $i(t) \;=\; i_L(t) + i_C(t)$

Op verschillende manieren kan de differentiaalvergelijking worden afgeleid. We starten hier vanuit de vergelijking

$$u_{\text{uit}}(t) \;=\; L\frac{\mathrm{d}i_L(t)}{\mathrm{d}t}$$

Met de stroomwet van Kirchhof kunnen we dit schrijven als

$$u_{\text{uit}}(t) = L\frac{\mathrm{d}\big(i(t) - i_C(t)\big)}{\mathrm{d}t} \tag{1}$$

$$= \frac{L}{R}\frac{\mathrm{d}u_R(t)}{\mathrm{d}t} - LC\frac{\mathrm{d}^2 u_{\text{uit}}(t)}{\mathrm{d}t^2} \tag{2}$$

waarbij in de laatste stap de component relaties van de weerstand en de condensator zijn gebruikt. Tot slot kunnen we $u_R(t)$ met de Spanningswet van Kirchhof schrijven als $u_R(t) = u_{\text{in}}(t) - u_{\text{uit}}(t)$. Dit geeft de volgende differentiaal vergelijking:

$$u_{\text{uit}}(t) = \frac{L}{R}\frac{\mathrm{d}u_{\text{in}}(t)}{\mathrm{d}t} - \frac{L}{R}\frac{\mathrm{d}u_{\text{uit}}(t)}{\mathrm{d}t} - LC\frac{\mathrm{d}^2 u_{\text{uit}}(t)}{\mathrm{d}t^2} \tag{3}$$

Vermenigvuldigen met R en alle termen met $u_{\text{uit}}(t)$ naar links brengen geeft:

$$LRC\frac{\mathrm{d}^2 u_{\text{uit}}(t)}{\mathrm{d}t^2} + L\frac{\mathrm{d}u_{\text{uit}}(t)}{\mathrm{d}t} + Ru_{\text{uit}}(t) = L\frac{\mathrm{d}u_{\text{in}}(t)}{\mathrm{d}t}$$

Opgave 5 (10 pt)
Van een systeem met ingang $x(t)$ en uitgang $y(t)$ wordt de differentiaalvergelijking gegeven door:

$$0.1\frac{\mathrm{d}^2 y(t)}{\mathrm{d}t^2} = -20\frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t} - 5000\Big(y(t) - x(t)\Big)$$

Bepaal de overbrengingsfunctie van dit systeem.

Solution: Omzetten naar het s-domein geeft:

$$0.1s^2Y(s) = -20sY(s) - 5000Y(s) + 5000X(s)$$

Alle termen met $Y(s)$ naar links brengen en $Y(s)$ buiten haakjes brengen, geeft

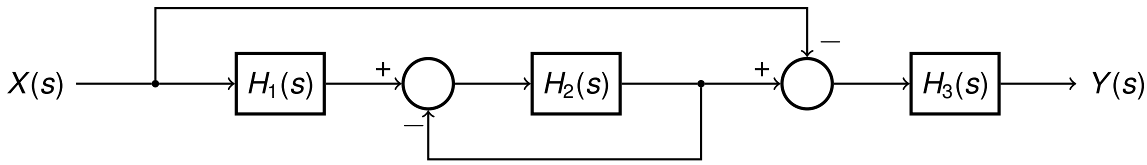
$$(0.1s^2 + 20s + 5000)Y(s) = 5000X(s)$$

Dit geeft de overbrengingsfunctie:

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{5000}{0.1s^2 + 20s + 5000}$$

Opgave 6 (10 pt)
Figuur 2 geeft het blokschema van een systeem, waarbij $H_1(s)$, $H_2(s)$ en $H_3(s)$ overbrengingsfuncties die bekend verondersteld zijn. Bepaal de overbrengingsfunctie

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$$



Figuur 2: *Het blokschema van het systeem uit vraag 6.*

in termen van $H_1(s)$, $H_2(s)$ en $H_3(s)$.

Solution:

$$H(s) = H_3\left(\frac{H_2 H_1}{1 + H_2} - 1\right) \tag{4}$$

$$= H_3 \frac{H_2 H_1 - H_2 - 1}{1 + H_2} \tag{5}$$

Opgave 7 (10 pt)
Zet het signaal in het s-domein

$$Y(s) = \frac{s + 7}{s^2 + 6s + 25}$$

om naar het tijdsdomein. Oftewel, bepaal $y(t)$.

Solution: Door kwadraat afplitsen kunnen we schrijven:

$$Y(s) = \frac{s + 7}{(s + 3)^2 + 4^2}$$

Dit kunnen we ook schrijven als:

$$Y(s) = \frac{s + 3}{(s + 3)^2 + 4^2} + \frac{4}{(s + 3)^2 + 4^2}$$

Elk van deze termen kunnen we afzonderlijk omzetten naar het tijddomein. Dit geeft:

$$y(t) = e^{-3t}\big(\cos(4t) + \sin(4t)\big)1(t)$$

Opgave 8 (10 pt)
Gegeven een systeem met de overbrengingsfunctie:

$$H(s) = \frac{s}{(s + 2)(s + 3)}$$

Bereken de stapresponsie van dit systeem.

Solution: In het s-domein is de stapresonsie

$$Y(s) = \frac{s}{(s+2)(s+3)}\frac{1}{s} = \frac{1}{(s+2)(s+3)} = \frac{a}{s+2} + \frac{b}{s+3}$$

waarbij a en b bepaalt worden via breuksplitsen:

$$1 = a(s+3) + b(s+2)$$

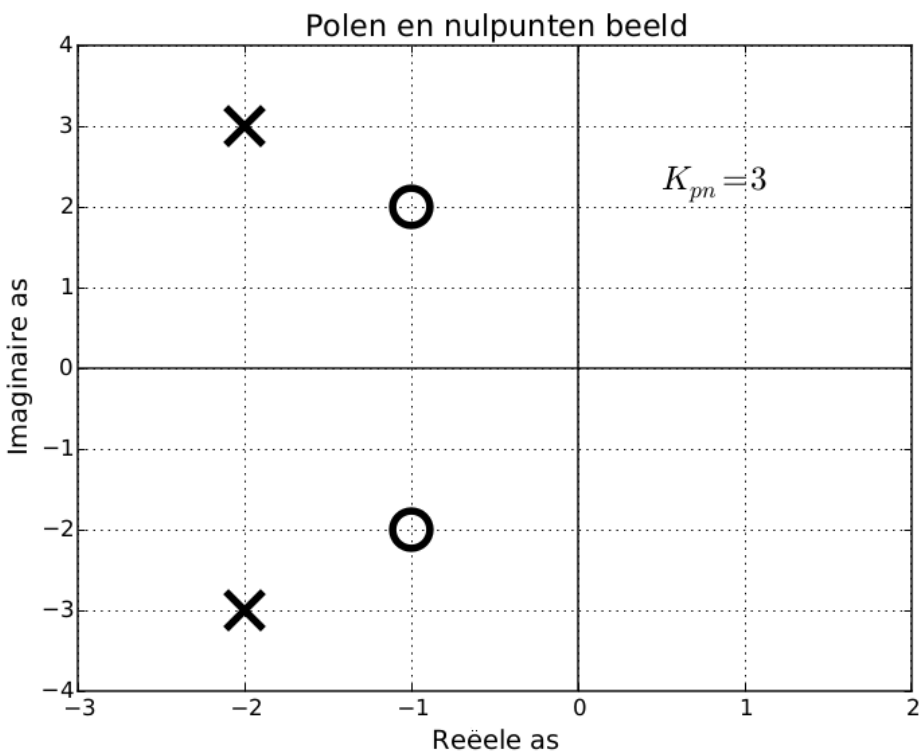
Dit geeft $a = 1$ en $b = -1$, en dus

$$Y(s) = \frac{1}{s+2} - \frac{1}{s+3}$$

en dus

$$y(t) = \left(e^{-2t} - e^{-3t}\right)1(t)$$

Opgave 9 (10 pt)
Figuur 3 toont het polen- en nulpuntenbeeld van een 2e-orde systeem. Leid de bijbehorende overbrengingsfunctie $H(s)$ af. Vergeet niet K_{pn} in je antwoord te verwerken.



Figuur 3: *Polen- en nulpuntenbeeld van het systeem uit vraag 9.*

Solution: Het systeem heeft 2 polen en 2 nulpunten. De overbrengingsfunctie wordt gegeven door:

$$H(s) = 3\frac{(s+1)^2 + 2^2}{(s+2)^2 + 3^2}$$